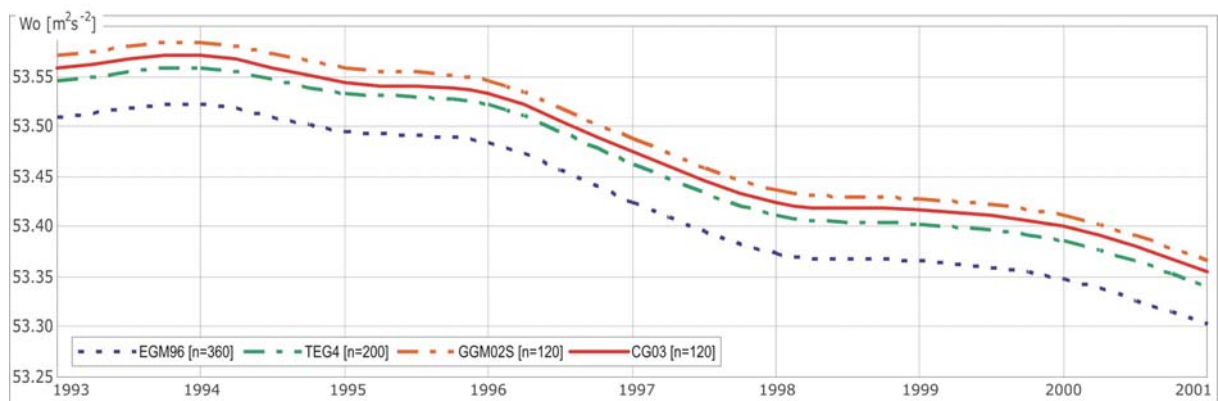


**SISTEMA DE REFERENCIA GEOCÉNTRICO PARA LAS AMÉRICAS
GRUPO DE TRABAJO III: DATUM VERTICAL
SIRGAS – GTIII**

REPORTE 2005

Laura Sánchez



Valores anuales del valor de referencia global W_0 determinados a partir de diferentes modelos globales de gravedad (GGM) y la superficie media del mar derivada de información altimétrica proveniente de la misión Topex/Poseidon entre 1993 y 2001 (ciclos 1 – 365) (La cantidad $62\,636\,800\,m^2s^{-2}$ debe ser adicionada).

Caracas, noviembre 17 y 18 de 2005

Laura Sánchez
Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut (DGFI)
Marshallplatz 8, D-80539
Munich – Alemania

sanchez@dgfi.badw.de

Contenido

Introducción	3
1. Actividades asociadas a las alturas físicas	3
2. Actividades asociadas a la superficie física de referencia	6
3. Actividades asociadas a la vinculación entre los datum clásicos y el nuevo sistema vertical de referencia	9
4. Requerimientos inmediatos para avanzar en la realización del nuevo sistema vertical de referencia para América del Sur	12
4.1 Nivelación geométrica de las estaciones del marco de referencia SIRGAS2000	12
4.2 Puesta a disposición de las diferencias de potencial entre los puntos nodales de las redes de nivelación y las conexiones a las estaciones del marco de referencia vertical	13
4.3 Interpolación de valores de gravedad para el cálculo de números geopotenciales	14
4.4 Cálculo de los números geopotenciales	16
5. Actividades futuras	18
6. Reportes nacionales	18
Argentina	18
Bolivia	20
Brasil	21
Chile	22
Colombia	23
Ecuador	24
Paraguay	25
Perú	25
Uruguay	26
Venezuela	27
Referencias	27
Anexo A. Alturas físicas	29
Anexo B. Algunas formulaciones para el cálculo de alturas ortométricas y normales	32

Índice de figuras

Figura 1. Correcciones gravimétricas para un circuito de nivelación	5
Figura 2. Dependencia de W_0 en función de la extensión latitudinal del área oceánica incluida en su determinación	8
Figura 3. Dependencia de W_0 en función del grado de expansión n del GGM utilizado	8
Figura 4. Dependencia de W_0 en función de la resolución del modelo MSS	9
Figura 5. Valores de W_0 derivados de modelos MSS anuales	9
Figura 6. Relación entre datum verticales clásicos y un sistema vertical de referencia global	10
Figura 7. Discrepancias δW_i entre los principales mareógrafos (W_i) de América del Sur y el nivel global de referencia W_0	11
Figura 8. Diferencias de nivel entre las redes verticales de países vecinos, obtenidas mediante nivelación geométrica	12
Figura 9. Selección de las líneas de nivelación requeridas por el SIRGAS-GTIII	13
Figura 10. Funciones de covarianza generadas a partir de la interpolación de anomalías simples de Bouguer y anomalías aire libre	16
Figura 11. Determinación de números geopotenciales	17
Figura 1A. Nivelación geométrica	29
Figura 2A. Tipos de alturas y sus superficies de referencia	30
Figura 1B. Latitud geográfica normal φ^N	37

Índice de tablas

Tabla 1. Error de cierre de un circuito de nivelación en términos de los desniveles medidos (dn), diferencias de potencial (ΔC) y desniveles reducidos por la corrección dinámica (dH^D , $\varphi = 0^\circ$), por la corrección ortométrica según Helmert (dH^O) y la corrección normal de Molodensky (dH^N).	4
Tabla 2. Indicadores estadísticos de diferentes correcciones gravimétricas para un circuito de nivelación	6
Tabla 3. Principales características de los modelos globales de gravedad utilizados en la determinación de W_0	7
Tabla 4. Principales características de los modelos de la superficie media del mar utilizados en el cálculo de W_0	8
Tabla 5. Valores W_0 derivados de diferentes combinaciones entre GGMs y modelos MSS [en m^2s^{-2}]	8
Tabla 6. Precisiones requeridas en los valores de gravedad para la determinación de números geopotenciales	14
Tabla 1A. Características principales de los diferentes tipos de alturas físicas	31

Introducción

El propósito fundamental del Grupo de Trabajo III de *SIRGAS (SIRGAS-GTIII)* es la definición, realización y adopción de un sistema vertical de referencia único para el continente suramericano el cual, a su vez, debe ser de carácter global. Esto incluye la modernización de los sistemas de alturas existentes mediante su vinculación (o transformación) al nuevo sistema (Boletines *SIRGAS* Nos. 5 y 6, http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/pdf/bol_005.pdf ... [bol_006.pdf](http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/pdf/bol_006.pdf)). Las componentes del sistema propuesto son (Drewes et al. 2002):

- a) Dos tipos de alturas: elipsoidales como componente geométrica y alturas normales derivadas de números geopotenciales como componente física. La componente geométrica ha sido resuelta mediante la adopción de *SIRGAS* como sistema geocéntrico de referencia en los diferentes países de la región. Por tanto, los esfuerzos presentes se concentran en la realización de la componente física.
- b) Las superficies verticales de referencia correspondientes; es decir, para las alturas elipsoidales el elipsoide asociado a *SIRGAS* (v. g. el GRS80: Geodetic Reference System 1980) y el cuasigeoide para las alturas normales.
- c) Un marco de referencia como realización (materialización) del sistema vertical, es decir un conjunto de estaciones monumentadas, referidas a *SIRGAS* y con números geopotenciales disponibles (i.e. nivelación geométrica + reducciones gravimétricas a lo largo de las líneas de nivelación correspondientes). Dicho marco incluye los mareógrafos de referencia utilizados en la definición de los sistemas clásicos de alturas y puntos fronterizos que permiten vincular las redes nacionales de nivelación entre países vecinos (Luz et al. 2002)
- d) Mantenimiento del marco de referencia a través del tiempo, para establecer sus posibles deformaciones sistemáticas o aleatorias.

Siguiendo esta clasificación, a continuación se describen las principales actividades desarrolladas dentro del marco del *SIRGAS-GTIII* durante el último año y se señalan los requerimientos futuros para el avance en la consecución de los objetivos propuestos.

1. Actividades asociadas a las alturas físicas

Si bien la recomendación oficial del *SIRGAS-GTIII* es la adopción y utilización de alturas normales, algunos países consideran conveniente la introducción de alturas ortométricas. Por tal razón, y con el propósito de mantener el carácter de *unicidad* del nuevo sistema vertical, se ha propuesto hacer el reajuste de las redes de nivelación nacionales en términos de números geopotenciales, pues a partir de ellos pueden derivarse, tanto las alturas normales, como las ortométricas (ver anexo A). No obstante, en su mayoría, los países suramericanos sólo disponen de archivos digitales con alturas niveladas ajustadas inapropiadamente, pues en general, dichas alturas no han sido reducidas por los efectos del campo de gravedad terrestre en el proceso de nivelación geométrica; por el contrario, estos han sido compensados como errores aleatorios de observación y por tanto, generan deformaciones sistemáticas dentro de las redes verticales que *falsifican* las alturas oficiales (utilizadas actualmente). Esta situación genera la necesidad de digitar todos los desniveles medidos en cada país.

A fin de establecer la magnitud de los efectos del campo de gravedad omitidos, se han calculado las correcciones dinámicas, ortométricas y normales para diferentes circuitos de la red de nivelación colombiana (Sánchez 2004). A modo de ejemplo, se incluye en

este documento un circuito cerrado de nivelación con un poco menos de 1 000 puntos (~ 1 200 km) y con una variación de alturas entre 15 m y 2 800 m.

El error de cierre derivado de los desniveles reducidos por las correcciones gravimétricas es cero, mientras que aquél obtenido de los desniveles puramente geométricos (sin corrección gravimétrica) es ostensiblemente mayor (tabla 1). Adicionalmente, las diferencias de altura entre los puntos nodales del circuito presentan discrepancias hasta de 30 cm, las cuales aumentan proporcionalmente con la distancia entre los puntos. Es decir que la propagación de errores sistemáticos a medida que la red de nivelación se aleja del punto datum (mareógrafo de referencia) es mayor si no se considera el efecto de la gravedad en los desniveles medidos.

Tabla 1. Error de cierre de un circuito de nivelación en términos de los desniveles medidos (dn), diferencias de potencial (ΔC) y desniveles reducidos por la corrección dinámica (dH^D , $\varphi = 0^\circ$), por la corrección ortométrica según Helmert (dH^O) y la corrección normal de Molodensky (dH^N).

Punto nodal	S [km]	Σdn [m]	$\Sigma \Delta C$ [$m^2 s^{-2}$]	ΣdH^D [m]	ΣdH^O [m]	ΣdH^N [m]
A66CW8	282,12	-130,9916	-1281,267	-130,9390	-130,9219	-130,9243
4TE4	467,47	+1333,9722	+13044,818	+1333,7078	+1334,0790	+1333,9259
A23CW6	472,01	-1202,8411	-11763,552	-1202,7688	-1203,1571	-1203,0016
A66CW8						
Σ	1221,60	+0,1395	-0,001	0,0000	0,0000	0,0000

La tabla 2 muestra las magnitudes de las diferentes correcciones gravimétricas calculadas (las formulaciones correspondientes se describen en el anexo B); exceptuando las dinámicas, los mayores valores corresponden al método de Helmert, los cuales a su vez, varían de las otras aproximaciones ortométricas hasta en 30 cm. Estas diferencias reflejan la alta dependencia de las alturas ortométricas en función de las hipótesis (o modelos) que se utilizan para representar la distribución interna de masas terrestres y el gradiente vertical de la gravedad. Por el contrario, las tres formulaciones empleadas para el cálculo de las correcciones normales conducen a resultados muy similares (disparidades máximas de 2 cm), su diferencia radica en la representación matemática de la reducción, más no en la introducción de hipótesis. Como es de esperarse, el efecto del campo de gravedad es menor en áreas planas (figura 1) que en las montañosas, pero éste no es nulo. De allí, es necesario que inclusive aquellas líneas de nivelación que se extienden sobre áreas de relieve suave a bajas altitudes, también incluyan las correcciones por el efecto del campo de gravedad.

Las correcciones gravimétricas en el proceso de nivelación pueden alcanzar valores de varios decímetros, los cuales, al ser omitidos en el procesamiento de las redes verticales, han sido compensados como si fuesen errores de observación; en consecuencia, las alturas 'niveladas' existentes en los países de América del Sur NO sirven para el cálculo de números geopotenciales o para la aplicación directa de correcciones gravimétricas. Es imprescindible que las redes verticales sean reprocesadas en términos de diferencias de potencial derivadas directamente de los desniveles medidos en terreno en combinación con valores de gravedad; en conclusión, efectivamente, se requiere de la disposición en formato digital de los libros de campo.

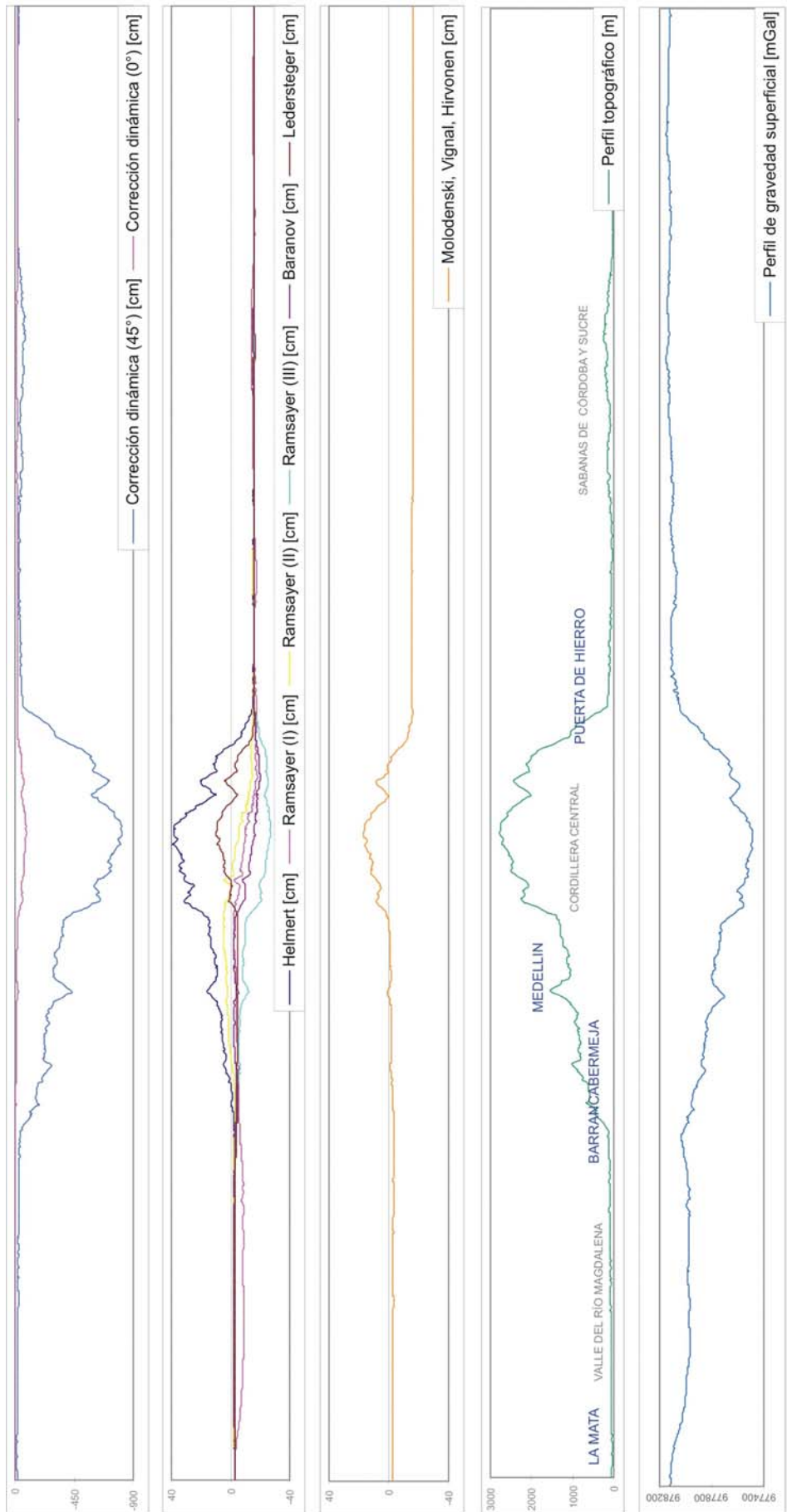


Figura 1. Correcciones gravimétricas para un circuito de nivelación.

Tabla 2. Indicadores estadísticos de diferentes correcciones gravimétricas para un circuito de nivelación.

Para alturas...	Corrección	Máximo [cm]	Mínimo [cm]	Promedio [cm]
dinámicas	Dinámica para $\varphi=0^\circ$	-2,14	-83,81	-16,77
	Dinámica para $\varphi=45^\circ$	-12,78	-814,56	-144,11
ortométricas	Helmert	30,03	-16,35	-4,46
	Ramsayer I	-2,11	-18,07	-11,56
	Ramsayer II	5,03	-16,48	-9,00
	Ramsayer III	-2,71	-27,25	-10,75
	Baranov	-2,04	-20,17	-10,75
	Ledersteger	9,64	-16,49	-9,07
normales	Molodenski	16,80	-16,16	-7,96
	Vignal	16,78	-16,16	-7,96
	Hirvonen	16,80	-16,16	-7,96

2. Actividades asociadas a la superficie física de referencia

Una vez se disponga de los desniveles medidos en formato digital y de los valores de gravedad (observados o interpolados) para los puntos de nivelación, la determinación (ajuste) de los números geopotenciales no supone inconvenientes adicionales. No obstante, de acuerdo con (e.g. Torge 2001):

$$C_B = W_0 - W_B = \int_0^B g \, dn \cong \sum_0^B g \, dn \quad [1]$$

la superficie de referencia W_0 es aquella equipotencial que pasa por el mareógrafo que define cada sistema clásico de alturas; es decir, que existen tantas superficies de referencia (W_0), como mareógrafos nacionales. En la ecuación [1], W_B representa la superficie equipotencial sobre la que está ubicado el punto B , g es el promedio del valor de gravedad de dos puntos nivelados consecutivamente y dn es el desnivel correspondiente.

Uno de los objetivos centrales del *SIRGAS-GTIII* es la unificación de los sistemas verticales clásicos, dicha unificación implica tácitamente la adopción de una superficie de referencia W_0 única para todos los países de la región. Este requerimiento puede ser satisfecho de varias maneras, por ejemplo, adoptando el valor de potencial de un mareógrafo específico (como en Europa, Ihde and Sánchez 2003), o el promedio de los potenciales en varios mareógrafos (como en Estados Unidos, Zilkoski et al. 1992) o el promedio a lo largo de la línea de costa de América del Sur. Si bien, cualquiera de estas opciones resuelve el problema de la unificación a nivel regional, el sistema vertical que se apoye en alguna de sus superficies de referencia seguirá siendo local, válido exclusivamente para América del Sur. Las alturas físicas (normales u ortométricas) que se refieran a él no serán compatibles con las similares que se establezcan en otros lugares del mundo, o con aquellas que se deriven por medio de métodos satelitales globales (p. ej. sistemas GNSS en combinación con modelos (cuasi)geoidales obtenidos de las nuevas misiones CHAMP, GRACE o GOCE). Por tal razón, la mejor opción es adoptar un valor de referencia W_0 absoluta, que pueda ser realizado y utilizado a nivel global.

De acuerdo con esto, algunas de las actividades adelantadas bajo el *SIRGAS-GTIII* están orientadas a la determinación de un valor de referencia W_0 siguiendo la definición Gauss-Listing, la cual señala que W_0 debe ser el valor geopotencial promedio (en el sentido de los mínimos cuadrados) de la superficie del mar en plena calma (ideal). Para el efecto se ha adelantado la evaluación de las ecuaciones [2] y [3] utilizando diferentes modelos globales de gravedad (GGM: Global Gravity Model, tabla 3) en combinación con varios modelos de la superficie media del mar (MSS: Mean Sea Surface, tabla 4) (Sánchez 2005). La definición global de W_0 se apoya en la condición:

$$\int_{S_0} (W - W_0) dS_0 = \min \quad [2]$$

siendo S_0 la superficie total del océano y W el valor de potencial real en cada uno de los puntos que describen dicha superficie (e. g. Heiskanen and Moritz 1967, Torge 2001):

$$W = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n [C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda] P_{nm}(\cos\theta) \right] + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \cos(90^\circ - \theta) \quad [3]$$

En este caso, (r, θ, λ) son las coordenadas esféricas del punto de evaluación, GM es la constante gravitacional geocéntrica, ω es la velocidad angular terrestre, (C_{nm}, S_{nm}) son los coeficientes esféricos del GGM y P_{nm} son los polinomios de Legendre totalmente normalizados. Dado que el geoide (superficie de referencia para las alturas ortométricas) y el cuasigeoide (superficie de referencia para las alturas normales) son idénticos en las áreas marinas y zonas costeras (donde se hallan los mareógrafos de referencia) no se hace distinción entre ellos para el cálculo de W_0 y su adopción como valor de referencia.

Tabla 3. Principales características de los modelos globales de gravedad utilizados en la determinación de W_0 .

Parámetro	EGM96	TEG4	GGM02S	EIGEN-CG03C
a [m]	6 378 136,3	6 378 136,3	6 378 136,3	6 378 136,46
GM [m ³ s ⁻²]	398 600,4415 x 10 ⁹	398 600,4415 x 10 ⁹	398 600,4415 x 10 ⁹	398 600,4415 x 10 ⁹
n _{max}	360	200	120	360
Sistema de mareas	Tide-free	Zero-tide	Zero-tide	Tide-free
Época de referencia	1986	1986	2000	1997
Coefficientes con velocidades	C ₂₀ , C ₂₁ , S ₂₁	C ₂₀ , C ₂₁ , S ₂₁	C ₂₀ , C ₂₁ , S ₂₁	C ₂₀ , C ₃₀ , C ₄₀
Transformación del C ₂₀ al sistema...	Zero-tide -3,11080 x 10 ⁻⁸ * 0,3 √5 (Lemoine et al. 1998)	Tide-free Rapp (1989), Ec. 9, con k = 0,3	Tide-free +4,1736 x 10 ⁻⁹ (Tapley et al. 2005)	Zero-tide Rapp (1989), Ec. 9, con k = 0,3
Referencia	Lemoine et al. 1998	Tapley et al. 2001	Tapley et al. 2005	Förste et al. 2005

Dado que los modelos presentados en la tabla 4 no se refieren a una época específica (estos incluyen datos altimétricos observados durante varios años), se han calculado modelos anuales análogos a partir de la información registrada por la misión Topex/Poseidon (ciclos 1 – 365) (AVISO 1996). Los resultados obtenidos (tabla 5) presentan la variación de W_0 en función de la extensión latitudinal del área de cálculo (figura 2), en función del grado de expansión n del GGM utilizado (figura 3), de la resolución espacial de los modelos MSS (figura 4) y su dependencia en función del tiempo (figura 5) (Sánchez 2005).

Tabla 4. Principales características de los modelos de la superficie media del mar utilizados en el cálculo de W_0 .

Nombre	CLS01	KMS04	GSFC00.1
Elipsoide de referencia	$a = 6\,378\,136.3$ m $1/f = 298.257$ $GM = 398\,600,4415 \times 10^9 \text{ m}^3\text{s}^{-2}$		
Cobertura	80°S... 82°N	82°S... 82°N	80°S... 80°N
Resolución espacial	1/30 ~ 2'	1/60 ~ 1' 1/30 ~ 2'	1/30 ~ 2'
Años incluidos	1993...1999	1993...2001	1993...1998
Fuentes de datos	T/P ERS-1/2 GEOSAT	T/P T/P TDM ERS-1 ERM+GM ERS-2 ERM GEOSAT GM GFO ERM	T/P ERS-1/2 GEOSAT ERM GEOSAT GM
Referencia	Hernandez, Schaeffer (2001)	Andersen et al. (2004)	Koblinsky et al. (1999)

Tabla 5. Valores W_0 derivados de diferentes combinaciones entre GGMs y modelos MSS [en m^2s^{-2}].

MSS	n	EIGEN-CG03C	EGM96	TEG4	GGM02S	φ [N/S]
CLS01	120	62 636 853,35	62 636 853,37	62 636 853,38	62 6368 53,36	60/60
	200	53,35	53,37	53,37		60/60
	360	53,35	53,36			60/60
KMS04	360	53,24	53,26			60/60
GSFC00.1	360	53,58	53,59			60/60
CLS01	120	62 636 854,61	62 636 854,62	62 636 854,65	62 636 854,61	82/80
	200	54,61	54,62	54,64		82/80
	360	54,61	54,61			82/80
KMS04	360	54,46	54,45			82/82
GSFC00.1	360	54,93	54,93			80/80

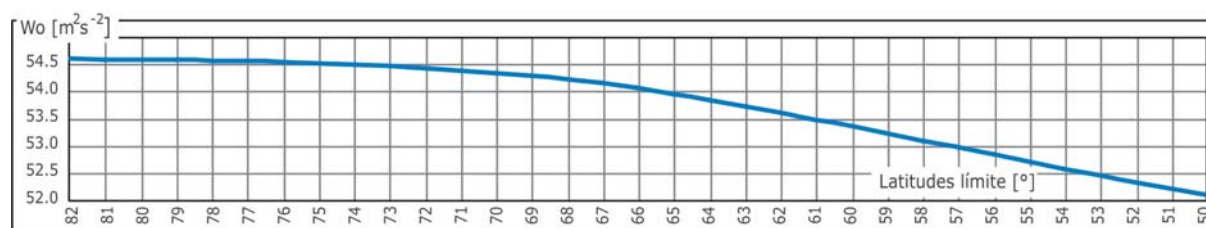


Figura 2. Dependencia de W_0 en función de la extensión latitudinal del área oceánica incluida en su determinación, el valor $62\,636\,800 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ debe ser adicionado (Sánchez 2005).



Figura 3. Dependencia de W_0 en función del grado de expansión n del GGM utilizado, el valor $62\,636\,800 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ debe ser adicionado (Sánchez 2005).

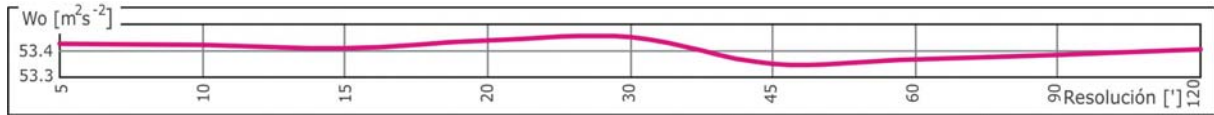


Figura 4. Dependencia de W_0 en función de la resolución del modelo MSS, el valor $62\ 636\ 800\ \text{m}^2\text{s}^{-2}$ debe ser adicionado (Sánchez 2005).

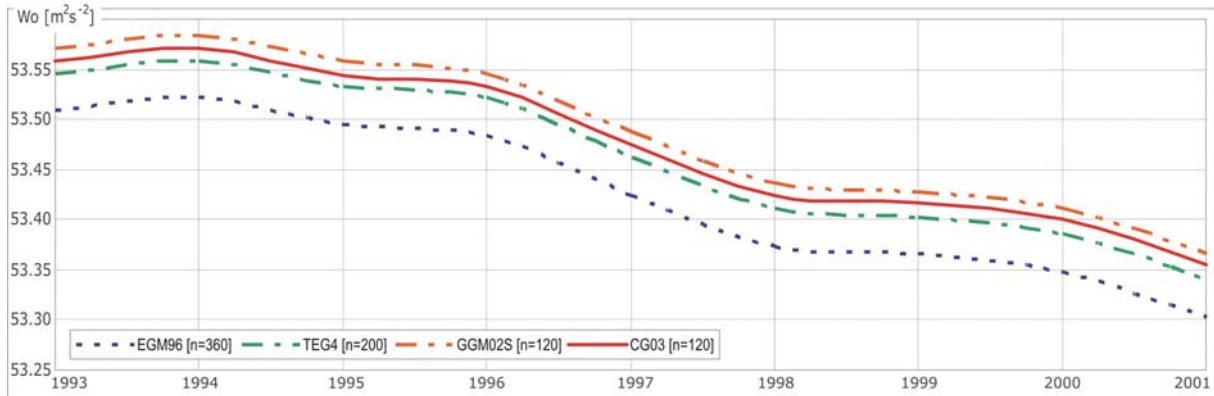


Figura 5. Valores de W_0 derivados de modelos MSS anuales, la cantidad $62\ 636\ 800\ \text{m}^2\text{s}^{-2}$ debe ser adicionada (Sánchez 2005).

El trabajo relacionado con la determinación de W_0 ha sido elevado a discusión dentro del proyecto IAG ICP1.2 (*Intercommission-Project 1.2: Vertical Reference Frames*) de la Asociación Internacional de Geodesia (IAG), el cual debe emitir la recomendación oficial de la IAG sobre la definición, realización y características de un sistema vertical global.

3. Actividades asociadas a la vinculación entre los datum clásicos y el nuevo sistema vertical de referencia

La figura 6 representa (en unidades de distancia) la relación existente entre dos datum verticales clásicos y entre ellos y el global propuesto (W_0). Supóngase que el punto P se halla en la zona fronteriza entre dos países, cuyos datum verticales están materializados por el nivel medio del mar en el país A (W_A) y su equivalente en el país B (W_B). La diferencia de potencial entre estas superficies individuales y el geoide global (W_0) se denota como δW_A y δW_B ; la inconsistencia entre los dos datum clásicos corresponde a δW_{AB} . Las alturas del punto P asociadas a cada sistema clásico (H_P^A y H_P^B) no serán compatibles a no ser que su combinación se adelante mediante:

$$H_P^{A*} = H_P^A + (\delta W_A / \gamma_A) \quad ; \quad H_P^{B*} = H_P^B + (\delta W_B / \gamma_B) \quad [4]$$

$$\text{siendo } H_P^A = H_P^B - (\delta W_{AB} / \gamma_{AB}) \quad ; \quad H_P^B = H_P^A + (\delta W_{AB} / \gamma_{AB}) \quad [5]$$

En consecuencia, la determinación de las cantidades δW_i y $\delta W_{i,i+1}$ (para cada sistema de alturas i , $i=1\dots n$) es indispensable para la modernización de los sistemas de alturas existentes en América del Sur. Los δW_i pueden obtenerse a partir de la combinación de alturas normales y elipsoidales con un modelo geoidal de alta resolución en las estaciones del marco de referencia (i.e. estaciones *SIRGAS2000*, Luz et al. 2002), y $\delta W_{i,i+1}$ mediante el análisis conjunto de las estaciones fronterizas vinculadas a dos sistemas verticales clásicos vecinos (Sánchez 2005).

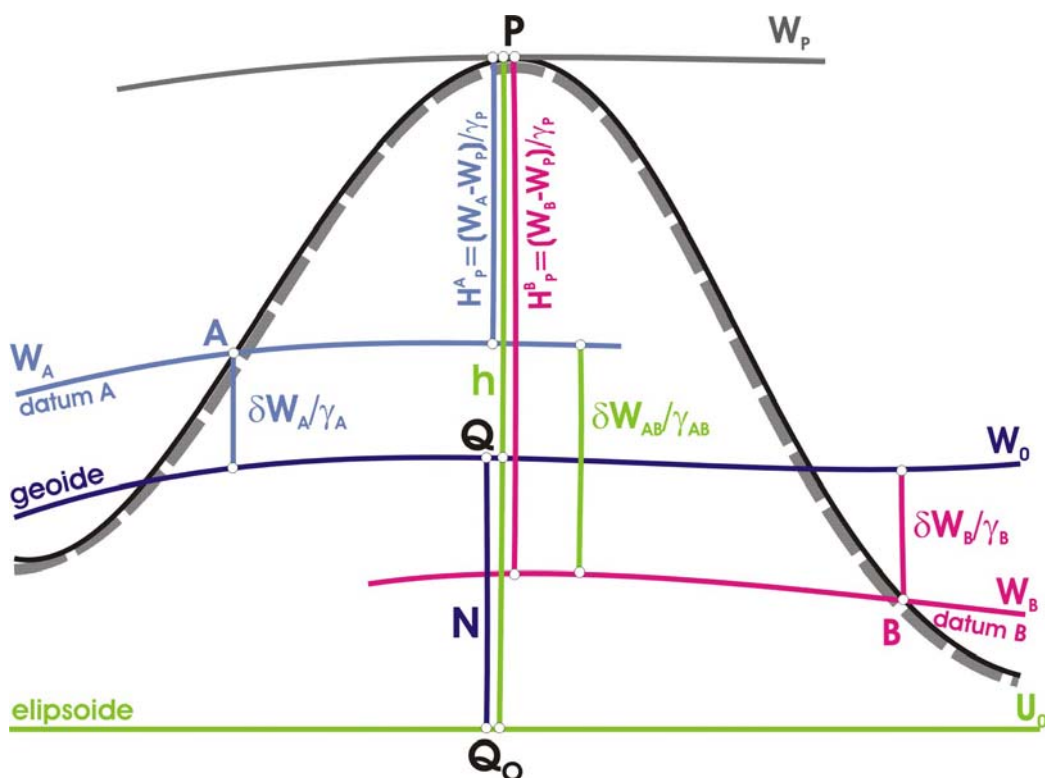


Figura 6. Relación entre datum verticales clásicos y un sistema vertical de referencia global.

Dentro de las actividades del *SIRGAS-GTIII* se han calculado, preliminarmente, las cantidades δW_i en los mareógrafos de referencia, utilizando las alturas elipsoidales de la solución *SIRGAS2000*, las alturas 'niveladas' correspondientes proporcionadas por los países miembros del proyecto y los modelos geoidales derivados de EGM96 (Lemoine et al. 1998) y EIGEN-CG03C (Förste et al. 2005). El valor de referencia W_0 utilizado corresponde a $62\,636\,853,4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$, el cual se obtiene de acuerdo con las siguientes especificaciones (Sánchez 2005):

Extensión:	$\varphi = 60^\circ \text{ N} \dots \varphi = 60^\circ \text{ S}$
Resolución:	$1^\circ \times 1^\circ$
Modelo MSS:	Alturas medias derivadas de Topex/Poseidon (ciclos 1-365) para la época 2000.0
GGM:	EIGEN-CG03C, $n = 120$, época de referencia 2000.0
Constantes:	$GM = 398\,600,4415 \times 10^9 \text{ m}^3\text{s}^{-2}$ $\omega = 7\,292\,115 \times 10^{-11} \text{ rad s}^{-1}$
Procedimiento:	Ecuaciones [2] y [3], promediando los valores W_i con un peso equivalente a $\cos\varphi$

La figura 7 muestra que las desviaciones presentadas por el EGM96 son mucho mayores que las obtenidas del modelo EIGEN-CG03C; igualmente, se aprecia que las discrepancias calculadas en los mareógrafos individuales de un mismo país no son homogéneas, lo cual puede ser consecuencia de deficiencias de precisión en los modelos geoidales, de la no inter-conexión de los mareógrafos mediante nivelación geométrica, de los errores propagados en las redes de nivelación por omitir el efecto del campo de gravedad y de la omisión de la superficie de la topografía del mar en los niveles medios registrados.

De otra parte, las diferencias de nivel relativas entre los datum verticales locales se apartan considerablemente de las arrojadas por las conexiones internacionales de las redes de nivelación (figura 8), lo cual, al igual que las discrepancias entre mareógrafos de un mismo país, puede ser consecuencia de la omisión del efecto de gravedad en las redes de nivelación, de la propagación *exagerada* de los errores sistemáticos o de posibles incertidumbres en el mareógrafo de referencia efectivo utilizado en algunos sectores de las redes de nivelación nacionales. En consecuencia, los valores δW_i y $\delta W_{i,i+1}$ (presentados en las figuras 7 y 8) deben ser refinados mediante la determinación de la superficie del mar en los mareógrafos de referencia durante los períodos de definición, el cálculo de las discrepancias respectivas en la totalidad de las estaciones del marco de referencia *SIRGAS2000*, la vinculación de todas las redes de nivelación en América del Sur y su ajuste continental en bloque.

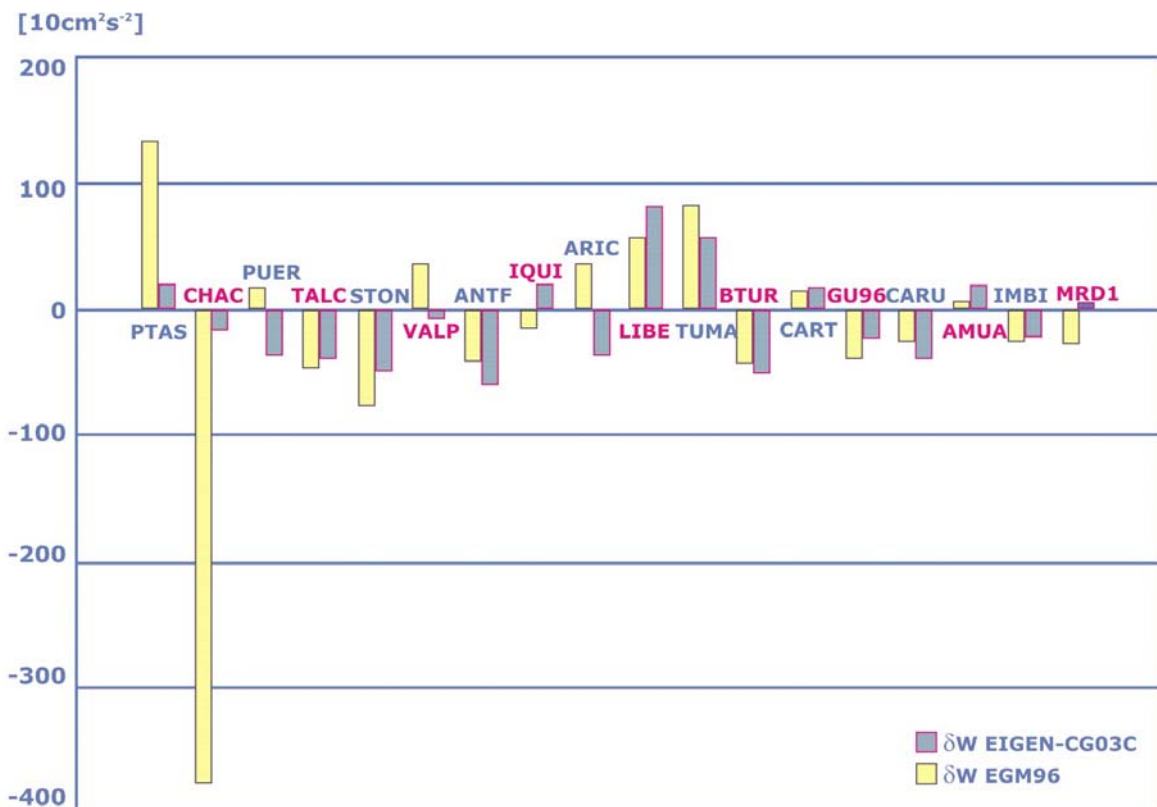


Figura 7. Discrepancias δW_i entre los principales mareógrafos (W_i) de América del Sur y el nivel global de referencia W_0 . Seudónimos: PTAS: Punta Arenas (Chile), CHAC: Chacabuco (Chile), PUER: Puerto Montt (Chile), TALC: Talcahuano (Chile), STON: San Antonio (Chile), VALP: Valparaíso (Chile), ANTF: Antofagasta (Chile), IQUI: Iquique (Chile), ARIC: Arica (Chile, usado por Bolivia), LIBE: La Libertad (Ecuador), TUMA: Tumaco (Colombia), BTUR: Buenaventura (Colombia), CART: Cartagena (Colombia), GU96: La Guaira (Venezuela), CARU: Carupano (Venezuela), AMUA: Amuay (Venezuela), IMBI: Imbituba (Brasil), MRD1: Mar del Plata (Argentina).

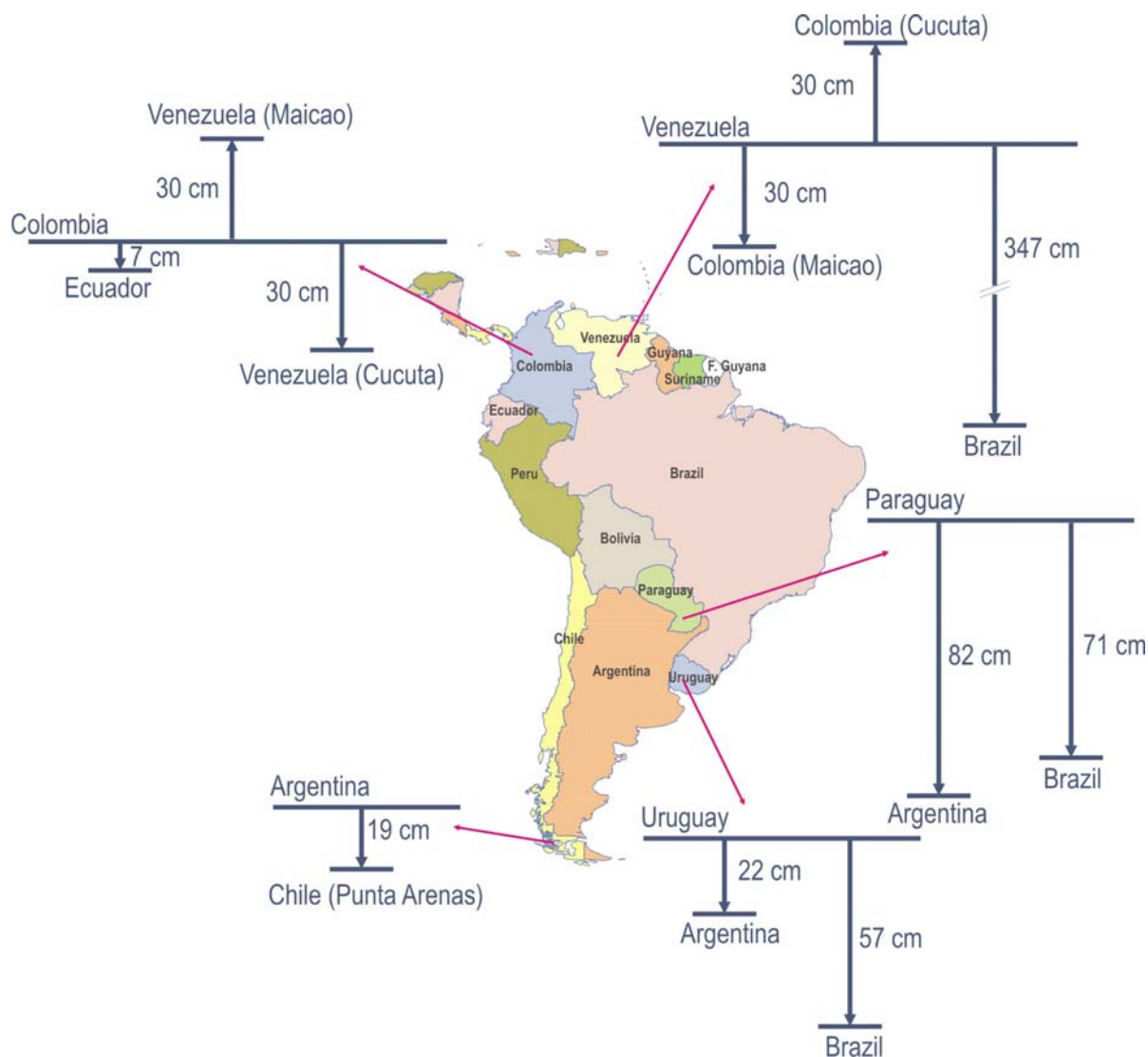


Figura 8. Diferencias de nivel entre las redes verticales de países vecinos, obtenidas mediante nivelación geométrica.

4. Requerimientos inmediatos para avanzar en la realización del nuevo sistema vertical de referencia para América del Sur

Un requisito básico para el cálculo de las discrepancias δW_A , δW_B y δW_{AB} (figura 6) es la disponibilidad de los números geopotenciales (o de las alturas normales) correspondientes a las estaciones del marco de referencia vertical y a los puntos nodales de las redes nacionales de nivelación. Por tal razón, en este apartado se presenta una descripción básica de los esfuerzos primarios que cada país debe aportar para la consecución de los objetivos propuestos dentro del *SIRGAS-GTIII*.

4.1 Nivelación geométrica de las estaciones del marco de referencia *SIRGAS2000*

El marco *SIRGAS2000* incluye las estaciones *SIRGAS95*, los mareógrafos principales en cada país y las estaciones fronterizas definidas para la conexión de las redes nacionales de nivelación entre países vecinos (Luz et al 2002). Dado que desde la campaña *SIRGAS2000* algunos países de la región han densificado sus marcos de referencia a través de estaciones de funcionamiento continuo, se somete a discreción de cada uno la posibilidad de agregar algunas de estas estaciones al marco de referencia vertical. Una condición necesaria para el efecto

es que las estaciones seleccionadas estén incluidas en la red *RNAAC-SIR* (IGS Regional Network Associate Analysis Center for SIRGAS). En el caso particular de las estaciones fronterizas debe disponerse de desniveles vinculados a las dos redes de nivelación correspondientes.

4.2 Puesta a disposición de las diferencias de potencial entre los puntos nodales de las redes de nivelación y las conexiones a las estaciones del marco de referencia vertical

Si bien los países han sido invitados a reajustar la totalidad de sus redes de nivelación en términos de números geopotenciales, en este aspecto específico debe darse prioridad a aquellas líneas de nivelación que conectan las estaciones nodales y las del marco de referencia vertical. La figura 9 ejemplifica esta solicitud concreta. Los puntos 1,2, ..., 11 son nodos de la red de nivelación de primer orden. Las estaciones D, G y H son mareógrafos, A, B y C fueron establecidas en la campaña *SIRGAS95* y F e I en *SIRGAS2000*. Las estaciones B y D no son nivelables por causas de diversa índole (p. ej. zona selvática), de allí, éstas no pueden ser incluidas en el marco de referencia vertical. Todas las demás estaciones han sido niveladas, algunas de ellas (A, C, F, G) se apoyan en líneas de nivelación existentes y otras (H e I) en líneas nuevas. Si bien cada país debe darse a la tarea de digitar la información de campo correspondiente a toda la red de nivelación (de primer, segundo y tercer orden), para el *SIRGAS-GTIII* se requieren solamente aquellas líneas de nivelación que permitan la formación de circuitos cerrados entre las estaciones indicadas (puntos nodales y estaciones *SIRGAS*). La información requerida es: nombre de los puntos nivelados consecutivamente, sus coordenadas geográficas (aproximadas), el desnivel medido entre ellos, la distancia existente entre ellos, el año de medición y el valor de gravedad (medido o interpolado, ver abajo) para cada uno de ellos. Se insiste: es necesario que cada país identifique las líneas de nivelación (antiguas o nuevas) que conectan las estaciones nodales y las verticales fundamentales, de modo que se les dé la prioridad pertinente para su digitación y puesta a disposición lo más pronto posible.

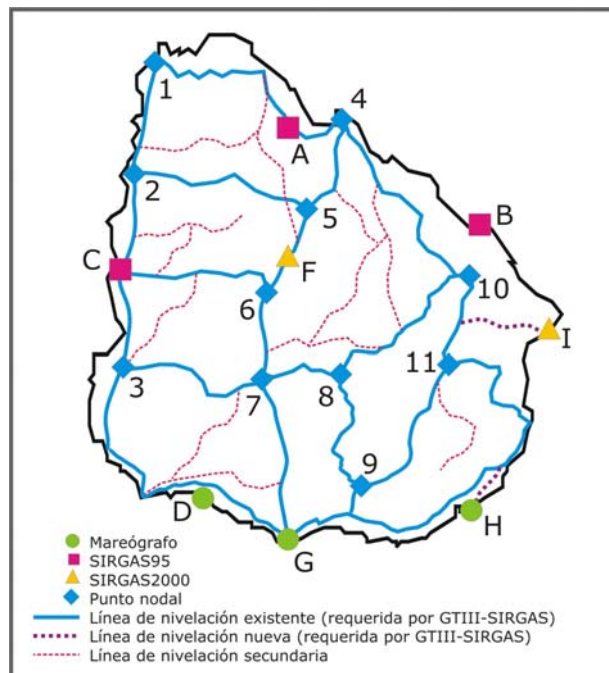


Figura 9. Selección de las líneas de nivelación requeridas por el *SIRGAS-GTIII*

4.3 Interpolación de valores de gravedad para el cálculo de números geopotenciales

Los procesos de nivelación geométrica van acompañados de mediciones de gravedad para facilitar el cálculo posterior de los números geopotenciales o las correcciones gravimétricas correspondientes. Sin embargo, la densidad de puntos gravimétricos es menor (p. ej. en una proporción de ~1:3) que la de los nivelados y, por tanto, se requiere de la interpolación de los valores de gravedad faltantes. La tabla 6 muestra las precisiones necesarias en los valores de gravedad para la determinación de números geopotenciales que conduzcan a alturas normales con precisiones a la décima de milímetro (0,1 mm) (Sánchez 2004).

Tabla 6. Precisiones requeridas en los valores de gravedad para la determinación de números geopotenciales (s es la distancia en km de la sección de nivelación)

Altura en que la diferencia de nivel es medida [m]	Precisión en el valor de gravedad para $s = 1$ km [10^{-5} m s ⁻²]
10	400
20	200
30	133
40	100
50	80
70	57
100	40
200	20
500	8
1000	4
2000	2
4000	1

De acuerdo con esto, aquellos puntos de nivelación cuyo valor de gravedad no ha sido observado directamente, pueden ser interpolados a partir de sus coordenadas geográficas, su altura aproximada y las anomalías Bouguer de los puntos de gravedad disponibles en la región. El procedimiento básico es:

- o Determinación de las anomalías de Bouguer de los puntos de gravedad existentes en cada país mediante:

$$\Delta g_B = g_{obs} + C_{AL} + C_B - \gamma \quad [6]$$

donde g_{obs} es el valor de gravedad observado, C_{AL} es la reducción por aire libre ($0,3086 H$), C_B es la reducción por el efecto de la placa infinita de Bouguer ($2\pi G\rho H \approx 0,1119 H$) y γ es la gravedad teórica derivada del GRS80.

- o Interpolación de la anomalía de Bouguer para los puntos de nivelación: el SIRGAS-GTIII viene promoviendo el uso de la interpolación por mínimos cuadrados (llamada también predicción o colocación), la cual garantiza una alta fiabilidad estadística de los valores interpolados de acuerdo con su entorno. Dicha interpolación se adelanta según el modelo Kolmogorov-Wiener (p. ej. Moritz 1980, Drewes 1978):

$$\Delta \tilde{\mathbf{g}}_p = \mathbf{c}^T \mathbf{C}^{-1} \Delta \mathbf{g} \quad [7]$$

$\Delta \mathbf{g}$ son las anomalías Bouguer *observadas* (derivadas de los valores de gravedad medidos), \mathbf{C} es la matriz varianza-covarianza de dichas anomalías y \mathbf{c} es el vector de covarianza entre las anomalías *observadas* y las interpoladas.

Las covarianzas empíricas entre las anomalías observadas se representan mediante:

$$C_{\Delta \mathbf{g}}(s_{ik}) = E \{ \Delta \mathbf{g}_i \cdot \Delta \mathbf{g}_k \} \quad [8]$$

donde E indica el valor esperado. i, k son los puntos de observación y s_{ik} es la distancia entre ellos. Los valores $C_{\Delta \mathbf{g}}$ se clasifican en diferentes intervalos de clase, cuyos valor medio y varianza $C_{\Delta \mathbf{g}}(s=0) = C_0$ deben ser calculados. El peso para cada intervalo de clase equivale al número de productos ($\Delta \mathbf{g}_i \Delta \mathbf{g}_k$) que contiene. Posteriormente, las covarianzas empíricas se aproximan a través de la función exponencial:

$$C(s_{ik}) = a e^{-b \cdot s_{ik}} \quad [9]$$

a y b se determinan mediante un ajuste paramétrico del método de los mínimos cuadrados. La matriz \mathbf{C} es simétrica y todos sus elementos tienen valores diferentes a cero, su diagonal principal ($i = k$) contiene la varianza C_0 . Los elementos del vector \mathbf{c} se obtienen en función de la distancia entre el punto interpolado y los valores observados.

La figura 10 muestra las funciones de covarianza obtenidas de acuerdo con este procedimiento en la interpolación de anomalías aire libre y de Bouguer, allí es evidente la conveniencia de utilizar estas últimas en la interpolación de los valores de gravedad.

El error de interpolación o de predicción ($m_{\Delta \tilde{\mathbf{g}}}^2$) es calculado con base en (Moritz 1963):

$$m_{\Delta \tilde{\mathbf{g}}}^2 = C_0 - \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{C}^{-1} \mathbf{c} \quad [10]$$

éste depende, principalmente, de la distancia mínima entre el punto interpolado y los valores de anomalía utilizados para su determinación. De acuerdo con su magnitud, se decide si el valor de gravedad interpolado satisface la precisión requerida (tabla 6) para el cálculo de los números geopotenciales.

- o Estimación del valor de gravedad interpolado: Una vez se han interpolado los valores de anomalía Bouguer para los puntos de nivelación correspondientes, se efectúa el cálculo inverso de la ecuación [6], es decir:

$$\tilde{\mathbf{g}}_{obs} = \Delta \tilde{\mathbf{g}}_B - C_{AL} - C_B + \gamma$$

$\Delta \tilde{\mathbf{g}}_B$, $\tilde{\mathbf{g}}_{obs}$ representan los valores interpolados de la anomalía Bouguer y de la gravedad, respectivamente. Debe tenerse cuidado en utilizar las mismas especificaciones (C_{AL} , C_B , γ) aplicadas en cálculo de las anomalías Bouguer iniciales (ecuación [6]).

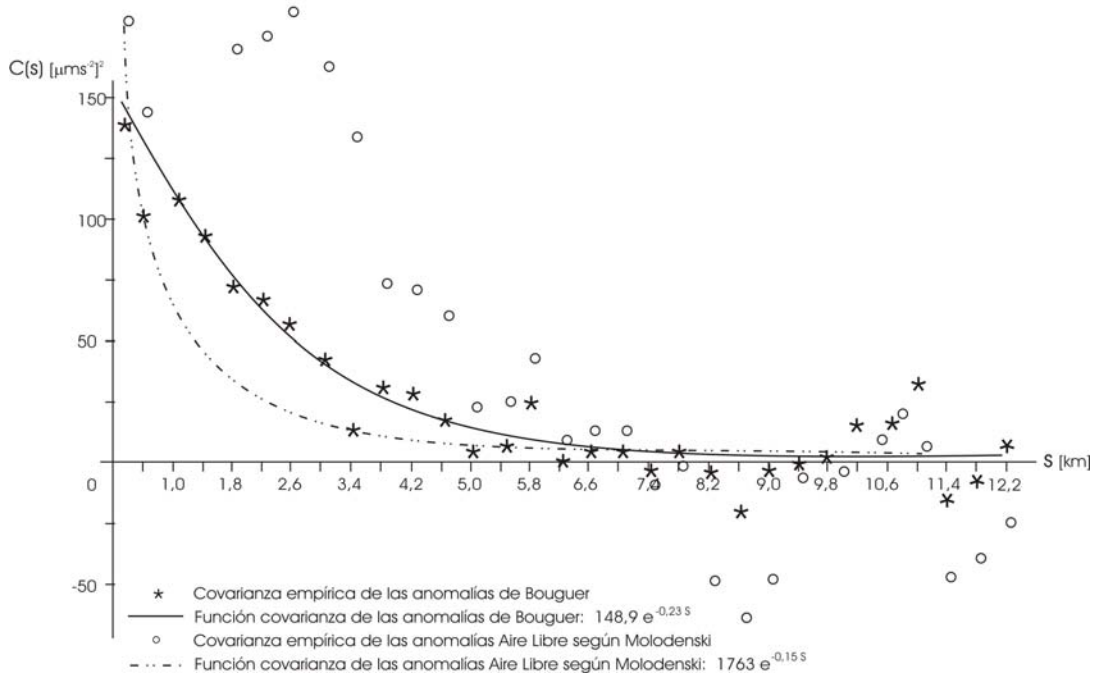


Figura 10. Funciones de covarianza generadas a partir de la interpolación de anomalías simples de Bouguer y anomalías aire libre

4.4 Cálculo de los números geopotenciales

La determinación de los números geopotenciales es un proceso estándar (ecuación [1]), no representa problemas de índole teórico y, en general, no requiere de trabajos de campo adicionales a los ya adelantados en el establecimiento de las líneas de nivelación nacionales. La figura 11 presenta el esquema correspondiente: los puntos *I* y *II* son nodales (o pertenecen al marco de referencia vertical), sus diferencias de potencial deben ser ajustadas en bloque. Los puntos *A*, *B*, *C* y *D* son intermedios, sus números potenciales (o alturas) se obtienen una vez el marco de referencia ha sido ajustado en su totalidad.

La diferencia de potencial observada entre los puntos nodales (en este caso *I* y *II*) está dada por:

$$\Delta W_{II,I} = (\bar{g}_{IA} \cdot dn_{IA}) + (\bar{g}_{AB} \cdot dn_{AB}) + (\bar{g}_{BC} \cdot dn_{BC}) + \dots + (\bar{g}_{DII} \cdot dn_{DII}) \quad [11]$$

siendo dn_{ik} los desniveles medidos (corregidos por efectos sistemáticos de los instrumentos de medición, refracción, etc.) entre los puntos *i,k* y \bar{g}_{ik} el valor promedio de la gravedad (observada o interpolada) de los mismos puntos, i.e.:

$$\bar{g}_{AB} = \frac{g_A + g_B}{2}$$

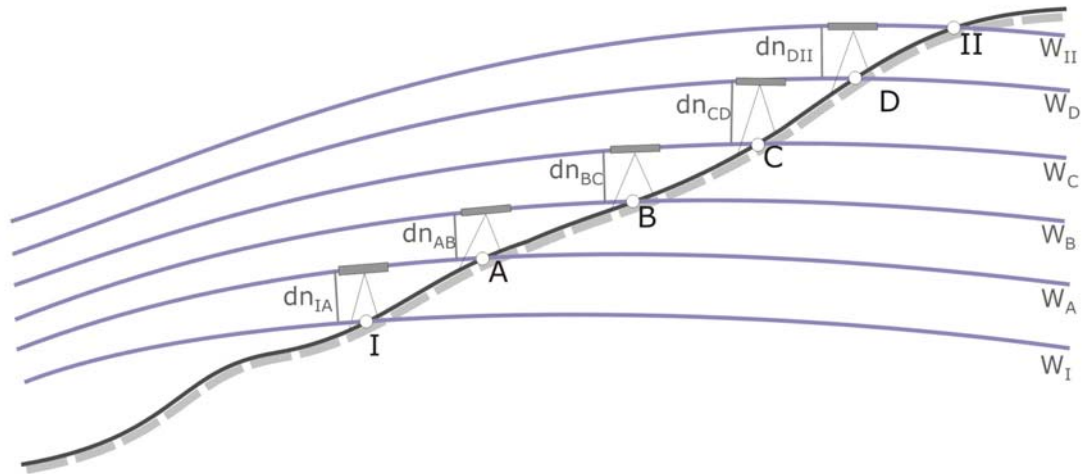


Figura 11. Determinación de números geopotenciales

Estas diferencias de potencial son compensadas o ajustadas de la misma manera que las redes de nivelación convencionales. Las ecuaciones de observación corresponden con:

$$v_{ik} = W_i - W_k - \Delta W_{ik} \quad | p_{ik} \quad i, k = I, II, \dots, N \quad [12]$$

o, en términos matriciales:

$$\mathbf{v} = \mathbf{Ax} - \mathbf{L}, \mathbf{P}_l \quad [13]$$

Las incógnitas (vector \mathbf{x}) son los números geopotenciales de los puntos nodales (W_i, W_k, \dots), las observaciones (vector \mathbf{L}) son las diferencias de potencial ΔW_{ik} (ecuación [11]) y los pesos de las observaciones están contenidos en la matriz \mathbf{P}_l . Éstos se definen a partir de la distancia S_{ik} que separa los puntos i, k respectivos:

$$\mathbf{P}_l = \mathbf{Q}_l^{-1} \quad ; \quad q_{ik} = \frac{1}{p_{ik}} \quad ; \quad p_{ik} = \frac{1}{S_{ik}} \quad [14]$$

Otra alternativa de ajuste es la introducción de la ecuación de condición $\sum \Delta W_{ik} = 0$ por cada circuito cerrado que formen los puntos nodales. En este caso las correcciones a las diferencias de potencial medidas ΔW_{ik} están dadas por:

$$\mathbf{v} = \mathbf{P}_l^{-1} \mathbf{A} \mathbf{k} \quad ; \quad \mathbf{k} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P}_l^{-1} \mathbf{A}) \mathbf{w} \quad [15]$$

siendo \mathbf{w} el vector de los errores de cierre de los circuitos seleccionados. La matriz \mathbf{P}_l se define de acuerdo con la ecuación [14].

Los sistemas de ecuaciones [13] y [15] requieren de un punto con valor *absoluto* de potencial, el cual, en los ajustes preliminares individuales, equivale al mareógrafo de referencia en cada país. Ratificando lo mencionado anteriormente (apartados 2 y 3), los ajustes individuales de las redes nacionales sirven exclusivamente para la depuración de errores groseros, el ajuste definitivo de los números geopotenciales debe adelantarse a nivel continental (en un solo bloque) mediante la integración de las ecuaciones normales derivadas en la obtención de δW_i y $\delta W_{i,i+1}$ con las obtenidas de [11] (ó [12]), en función de todas las

estaciones del marco de referencia vertical (*SIRGAS2000* + estaciones de funcionamiento continuo) y apoyándose en un valor W_0 determinado globalmente (ítem 3).

5. Actividades futuras

Este documento señala como necesidad inmediata la determinación de los números geopotenciales de las redes nacionales en pro de su ajuste continental. Quizás ésta es la actividad más dispendiosa de las relacionadas con la realización del nuevo sistema vertical de referencia para América del Sur; no obstante, ésta no es la única ni la última. Se requieren esfuerzos adicionales en:

- Depuración de los datos gravimétricos existentes en cada país, con el propósito de calcular un modelo cuasigeoidal continental de alta resolución.
- Análisis combinado de los registros mareográficos y de los datos de altimetría satelital en las áreas marinas circundantes a los mareógrafos de referencia, para observar el movimiento vertical de la superficie del mar.
- Generación de series de tiempo a partir de posicionamiento GNSS en los mareógrafos de referencia, con el fin de determinar los posibles movimientos corticales verticales y relacionarlos con el análisis formulado en el ítem anterior.
- Observación frecuente (o continua) del marco de referencia vertical para conocer su cambio a través del tiempo.

Si bien el reto de definir, realizar y adoptar un nuevo sistema vertical de referencia no es tarea fácil, es indispensable para aprovechar al máximo las ventajas que ofrecen los avances técnicos y científicos en la generación y administración de información georreferenciada. Sólo un sistema vertical global como el propuesto garantiza la compatibilidad de las alturas derivadas de los sistemas GNSS con las alturas físicas de uso cotidiano en la práctica. Aquel país o región que sea ajeno a este proceso, estará aislado y tarde o temprano, deberá recorrer el mismo camino que viene promoviendo el *SIRGAS-GTIII*.

6. Reportes nacionales

Esta sección describe resumidamente el estado de avance de los diferentes países de América del Sur en el ámbito del *SIRGAS-GTIII*.

Argentina

(Información tomada de los reportes presentados por R. Rodríguez, J. Moirano, G. Font, última actualización: noviembre de 2005).

Mareógrafo de referencia: Mar del Plata, período de observación menor que 18,6 años, adoptado como nivel de referencia en 1923. En 1950 se define como nuevo datum vertical el *Punto Altimétrico de Referencia Normal* -PARN- en las Sierras del Tándil, éste es realizado mediante una nivelación geométrica a través de 200 km desde el mareógrafo. Tanto el mareógrafo en Mar del Plata, como el punto PARN están vinculados a *SIRGAS*.

Redes de nivelación:

Primer Orden: 16 320 puntos, 64 000 km.

Segundo Orden: 7 600 puntos, 30 000 km.
Tercer Orden: 8 600 puntos, 34 000 km.

La red de primer orden, a ser procesada con las demás redes verticales del continente, está conformada por 225 puntos nodales, interconectados por 157 polígonos. La totalidad de los desniveles observados se encuentra en formato digital; a su vez, el 80% de estos disponen de coordenadas geográficas y valores de gravedad (e.g. números geopotenciales). En el proceso de depuración se han detectado errores groseros en 24 polígonos, los cuales son objeto de revisión. Se espera poner a disposición del *SIRGAS-GTIII* la totalidad de los datos requeridos a mediados de 2006.

Conexiones con redes de nivelación de países vecinos:

<i>País</i>	<i>Punto argentino</i>	<i>Punto limítrofe vinculado</i>
Paraguay	Paso de la Patria	Itá Pirú
	Isla Cerrito	Itá Pirú
	Yabebirí	Itá Ibaté
	Yabebirí	Isla Paraguaya
	Puerto Nuevo	Puerto Pirapó
	Pilcomayo	Itá Enramada
	Candelaria	Campichuelo
	Formosa	Alberdi
Uruguay	Concordia	Salto
	Monte Caseros	Bella Unión
Brasil	Iguazú	Meira
	San Javier	P. Xavier
Chile	Paso de los Libres	Uruguayana
	Icalma	
	Mamuil Malal	
	Samoré	
	Copahue	
	Pehuenche	
	Cristo Redentor	
	Monte Aymond	
Bolivia	La Quiaca	
	Aguas Blancas	

No es claro si estas mediciones ya están incluidas en los desniveles digitados.

Red gravimétrica:

Sistema de referencia IGSN71 (International Gravity Standardization Net 1971).

Estaciones absolutas: 5 establecidas entre 1989 y 1991.

Red de primer orden: BACARA con 86 puntos.

Red de segundo orden: 15 905 puntos.

Red de tercer orden: 2 175 puntos.

Actividades relevantes asociadas al *SIRGAS-GTIII*:

Mediante el proyecto SIRVEMAS (Sistema de Referencia Vertical para Argentina por Mareógrafos y Altimetría Satelital) se ha determinado el movimiento vertical de la corteza terrestre en los principales mareógrafos argentinos, utilizando para el efecto, las series de tiempo derivadas de 9 campañas GPS esporádicas iniciadas en 1998 y la instalación progresiva de estaciones de funcionamiento continuo en la cercanía de dichos mareógrafos. Actualmente se dispone de equipos GPS permanentes en: Mar del Plata, Rawson, Bahía Blanca y Puerto Desdeado; estos a su vez, son parte del proyecto global TIGA (TIGe GAuge benchmark monitoring project) patrocinado por el Servicio Internacional GNSS (IGS).

Marco de referencia vertical:

Estación	1	2	3	4	5	6	7	8	Coordenadas aprox.
IGUA	X		X	X	X				25 36 S / 54 33 W
MORR	X				X				33 16 S / 65 28 W
MAI1	X				X				42 00 S / 71 12 W
LO1B	X								46 02 S / 68 28 W
LPGS	X				X			X	34 54 S / 57 55 W
RIOG	X							X	53 47 S / 67 45 W
RBLS	X				X				27 54 S / 64 07 W
LOTE	X								38 07 S / 66 05 W
CRIC	X				X				32 53 S / 68 52 W
UNSA	X				X			X	24 44 S / 65 24 W
MRD1		X			X				38 00 S / 57 32 W
VBCA		X						X	38 42 S / 62 16 W
RWSN		X						X	43 17 S / 65 06 W
IGM0/IGM1		X			?			X	34 34 S / 58 26 W
LHCL		X			X				38 00 S / 65 36 W
TUCU		X							26 51 S / 65 14 W
CFAG		X							31 36 S / 68 14 W
AUTF		X		X				X	54 50 S / 68 18 W
CORD		X						X	31 25 S / 64 12 W
TAND		X			X				37 21 S / 59 08 W

Convención: (1) Estación SIRGAS95, (2) Estación SIRGAS2000, (3) Mareógrafo, (4) Estación de conexión internacional, (5) Estación nivelada, (6) Estación por nivelar, (7) Estación imposible de nivelar, (8) Estación GPS de funcionamiento continuo

Bolivia

(Información tomada del reporte presentado por E. Vásquez Moya, última actualización: abril de 2002).

Mareógrafo de referencia: Arica (Chile), no se tiene información sobre el período de observación tenido en cuenta para la definición del nivel medio del mar de referencia.

Redes de nivelación:

Primer Orden: 12 208 puntos, 25 388 km

Segundo Orden: 865 puntos, 1 923 km

El 80% de la red de nivelación de primer orden dispone de valores de gravedad. No se tiene información sobre el estado de avance en la digitación de los desniveles observados.

Conexiones con redes de nivelación de países vecinos:

La red de nivelación de primer orden de Bolivia ha sido conectada mediante nivelación geométrica con las correspondientes de Chile y Argentina. No se tiene información sobre su disponibilidad en formato digital.

Red gravimétrica:

Sistema de referencia IGSN71.

Estaciones absolutas: 3 establecidas en 1997.

Red de primer orden: redeterminación en 1997, no se dispone de información actualizada al respecto.

Red de segundo orden: corresponde con el 80% de los puntos de nivelación de primer orden.

Marco de referencia vertical:

Estación	1	2	3	4	5	6	7	8	Coordenadas aprox.
RIBE	X			X	X				11 01 S / 66 04 W
CLAR	X				X				15 49 S / 63 11 W
HUIC	X				X				17 02 S / 68 28 W
CHIQ	X				X				17 52 S / 60 46 W
CAMI	X								20 03 S / 63 33 W
OLLA	X			X	X				21 21 S / 68 02 W
RIAB		X		X					15 29 S / 60 56 W
ENRI		X			X				21 28 S / 66 13 W
IXIA		X							17 41 S / 68 08 W

Convención: (1) Estación SIRGAS95, (2) Estación SIRGAS2000, (3) Mareógrafo, (4) Estación de conexión internacional, (5) Estación nivelada, (6) Estación por nivelar, (7) Estación imposible de nivelar, (8) Estación GPS de funcionamiento continuo

Brasil

(Información tomada de los reportes presentados por R. Luz; S. de Freitas, última actualización: agosto de 2005).

Mareógrafo de referencia: Imbituba, período de observación entre 1949 y 1957. Al norte del río Amazonas se adoptó el nivel medio del mar registrado en Santana, más no se conoce el período de definición. Los dos mareógrafos están vinculados a SIRGAS.

Redes de nivelación:

Existen 65 000 puntos de nivelación (~ 160 000 km), cuyos desniveles ya se encuentran en formato digital. Se han detectado errores groseros en aquellas líneas niveladas más de una vez, dichos errores obedecen principalmente, a confusiones en la nomenclatura de los puntos o al desplazamiento físico de sus monumentos. Se avanza en la depuración pertinente.

De otra parte, si bien se dispone de grandes bancos de puntos gravimétricos, su correspondencia con las líneas de nivelación es complicada, pues aquéllos se han establecido independientemente de éstas y no existe un conector que permita identificar cuáles valores gravimétricos son apropiados para el cálculo de los números geopotenciales. Actualmente se centran los esfuerzos en la adecuación de la información requerida para el efecto.

Conexiones con redes de nivelación de países vecinos:

La red de nivelación de primer orden ha sido vinculada a sus análogas en Paraguay, Bolivia y Venezuela.

Red gravimétrica:

Sistema de referencia IGSN71.

Se dispone de 17 000 puntos gravimétricos, pero no se conoce su clasificación en estaciones absolutas, de primer o de segundo orden.

Actividades relevantes asociadas al SIRGAS-GTIII:

Mediante el proyecto RMPG (*Rede Mareográfica Permanente para Geodésia*) se adelanta la integración de datos de altimetría satelital, GNSS y nivelación, con el propósito de establecer los movimientos verticales de la corteza terrestre en relación con la superficie del mar. Igualmente, información proveniente de altimetría satelital está siendo analizada en conjunto con registros mareográficos para mejorar su densidad en las áreas costeras y elevar la precisión de la topografía de la superficie del mar observada. En este último aspecto se destaca la recuperación de los registros mareográficos históricos en Imbituba.

Marco de referencia vertical:

Estación	1	2	3	4	5	6	7	8	Coordenadas aprox.
MANU	X						X	X	03 07 S / 60 03 W
BOMJ	X				X			X	13 15 S / 43 25 W
BRAZ	X				X			X	15 57 S / 47 52 W
CAC1					X				22 49 S / 44 58 W
CUIB	X				X			X	15 33 S / 56 04 W
FORT	X				X			X	03 52 S / 38 25 W
IMPZ	X				X			X	05 29 S / 47 30 W
VICO	X				X			X	20 45 S / 42 52 W
UEPP	X				X			X	22 07 S / 51 24 W
RIOD	X				X				22 49 S / 43 18 W
PARA	X				X			X	25 27 S / 49 13 W
FOR1			X		X				03 52 S / 38 25 W
CANA			X		X				25 01 S / 47 55 W
IMBI			X		X				28 14 S / 48 39 W
MCAE			X		X				22 22 S / 41 47 W
PSAN			X		X				00 05 S / 51 04 W
CORU				X	X				10 00 S / 57 21 W
CRAT					X			X	07 00 S / 39 36 W
POAL					X			X	30 04 S / 51 07 W
RECF					X			X	08 03 S / 34 57 W
SALV					X			X	13 00 S / 38 30 W

Convención: (1) Estación SIRGAS95, (2) Estación SIRGAS2000, (3) Mareógrafo, (4) Estación de conexión internacional, (5) Estación nivelada, (6) Estación por nivelar, (7) Estación imposible de nivelar, (8) Estación GPS de funcionamiento continuo

Chile

(Información tomada de los reportes presentados por R. Maturana, W. Rubio, última actualización: julio de 2005).

Mareógrafo de referencia: El mareógrafo principal está ubicado en Valparaíso; sin embargo, dada la extensión de la zona costera del país se han utilizado otros mareógrafos de referencia, a saber: Arica, Antofagasta, San Antonio, Talcahuano, Puerto Montt y Punta Arenas. No todos ellos han sido interconectados, es decir que Chile tiene varios sistemas de alturas clásicos. No se tiene información sobre los períodos de definición.

Redes de nivelación:

Primer Orden: 8 592 puntos, 11 550 km

Segundo Orden: 1 138 puntos, 1 750 km

Los desniveles correspondientes a las líneas de nivelación que conectan los mareógrafos con las estaciones SIRGAS2000 están disponibles, junto con sus coordenadas geodésicas y valores de gravedad (e.g. números geopotenciales). Las siguientes líneas fueron entregadas en julio de 2005 al SIRGAS-GTIII: Talcahuano–Antuco, Iquique-Pica, San Antonio-Santiago, San Antonio-Casablanca, San Juan-San José de Chagal-Las Flores, conexión internacional Arica-Perú, conexión internacional Punta Arenas-Monte Aymond-Argentina, conexión internacional Chacabuco-Coyhaique-Huelmes-Argentina, conexión internacional Vaparaíso-Santiago-Los Andes-Saladillo-Caracoles-Argentina. No obstante, se está a la espera de la información correspondiente a aquellas líneas que permiten conectar las ya entregadas, para completar los circuitos pertinentes y avanzar en el ajuste de las diferencias de potencial.

Conexiones con redes de nivelación de países vecinos:

Existen conexiones con Perú, Argentina y Bolivia. Las líneas de nivelación para los dos primeros ya fueron entregadas al SIRGAS-GTIII, se prepara la información faltante.

Red gravimétrica:

Sistema de referencia IGSN71, IAGBN (International Absolute Gravity Basestation Network).

Estaciones absolutas: 4, establecidas en 1990.

Red de primer orden: 39 estaciones RELANG, 55 nuevas referidas a las absolutas.

Segundo orden: 26 900 puntos.

Marco de referencia vertical:

Estación	1	2	3	4	5	6	7	8	Coordenadas aprox.
ANTO	X				X				23 42 S / 70 25 W
ANTC		X						X	37 20 S / 71 31 W
ANTF	X		X		X				23 39 S / 70 24 W
ARIC		X	X		X				18 28 S / 70 19 W
BLMC	X				X				45 54 S / 71 41 W
CASU	X				X				36 46 S / 73 03 W
CHAJ		X							23 01 S / 67 45 W
CHAM	X				X				27 17 S / 70 24 W
COPO		X			X			X	27 23 S / 70 20 W
COYQ		X			X				45 30 S / 71 53 W
EISL		X							27 08 S / 09 22 W
IBAN		X			X				53 00 S / 70 50 W
IQQE		X			X			X	20 16 S / 70 07 W
PARC	X							X	53 08 S / 70 52 W
PICA		X							20 29 S / 69 19 W
PTAS		X	X		X				53 09 S / 70 54 W
PUER		X	X		X				41 29 S / 72 57 W
SANT	X								33 09 S / 70 40 W
UAPF		X							20 14 S / 70 08 W
VALP/VASO		X	X		X			X	33 01 S / 71 37 W

Convención: (1) Estación SIRGAS95, (2) Estación SIRGAS2000, (3) Mareógrafo, (4) Estación de conexión internacional, (5) Estación nivelada, (6) Estación por nivelar, (7) Estación imposible de nivelar, (8) Estación GPS de funcionamiento continuo

Colombia

(Información tomada de los reportes presentados por L. Sánchez, W. Martínez, última actualización: noviembre de 2005).

Mareógrafo de referencia: Buenaventura con los siguientes períodos de observación: 1942-1951, 1957-1959. Éste se encuentra vinculado a SIRGAS.

Redes de nivelación:

Primer Orden: 13 965 puntos, 18 900 km

Segundo Orden: 5 938 puntos, 6 500 km

Tercer Orden: 160 puntos, 2 000 km

Se dispone del 95% de la totalidad de las redes de nivelación en formato digital, incluyendo sus coordenadas geográficas y valores de gravedad (observados o interpolados) para cada punto (e.g. números geopotenciales). Actualmente, se adelanta la depuración de la información mediante el ajuste preliminar de los circuitos para detectar errores groseros. Las líneas de nivelación correspondientes a las estaciones SIRGAS2000 nivelables fueron entregadas al SIRGAS-GTIII en mayo de 2005. Las nivelaciones de los puntos nodales faltantes será remitida a comienzos de 2006.

Conexiones con redes de nivelación de países vecinos:

Paralelamente a la campaña GPS SIRGAS2000 se adelantó la nivelación entre las estaciones fronterizas de Ecuador/Colombia (Ipiales-Tulcán) y Venezuela/Colombia (Maicao y Cúcuta-San Antonio). Dadas las condiciones selváticas de las zonas limítrofes

restantes no es posible realizar más conexiones. No se dispone de los datos de nivelación observados por Ecuador y Venezuela.

Red gravimétrica:

Sistema de referencia IAGBN (International Absolute Gravity Basestation Network).

Estaciones absolutas: 3 establecidas en 1995.

Red de primer orden: SIGNAR con 45 estaciones (cada una con dos excéntricas) vinculadas directamente a las estaciones absolutas.

Red de segundo orden: 35 estaciones como densificación de la red de primer orden.

Red de tercer orden: 13 000 estaciones coincidentes con puntos de nivelación y reajustadas totalmente con referencia a la nueva red de primer orden.

Actividades relevantes asociadas al SIRGAS-GTIII:

Con el propósito de establecer las variaciones verticales de la corteza terrestre con respecto al nivel medio del mar, se adelantaron tres campañas GPS entre 1998 y 2003 en los mareógrafos principales de Colombia (Buenaventura, Cartagena y Tumaco), en este momento Buenaventura y Cartagena están provistos de una estación GPS de funcionamiento continuo y se trámita la instalación correspondiente en Tumaco. Los dos primeros están incluidos en el proyecto global TIGA (Tide GAuge benchmark monitoring project) patrocinado por el Servicio Internacional GNSS (IGS), una vez Tumaco esté funcionando adecuadamente, será igualmente integrado. De otra parte, se avanza en la recopilación de los registros mareográficos en estos tres sitios para su análisis conjunto con datos de altimetría satelital.

Marco de referencia vertical:

Estación	1	2	3	4	5	6	7	8	Coordenadas aprox.
BOGA/BOGT	X				X			X	04 38 N / 74 04 W
BTUR		X	X		X			X	03 53 N / 77 03 W
CART	X		X		X			X	10 23 N / 75 32 W
INIR	X						X		03 50 N / 67 54 W
IPIA		X		X	X				00 48 N / 77 39 W
MAIC		X		X	X				11 21 N / 72 07 W
LETI	X						X	X	04 11 S / 69 56 W
PAST	X				X			X	01 23 N / 77 17 W

Convención: (1) Estación SIRGAS95, (2) Estación SIRGAS2000, (3) Mareógrafo, (4) Estación de conexión internacional, (5) Estación nivelada, (6) Estación por nivelar, (7) Estación imposible de nivelar, (8) Estación GPS de funcionamiento continuo

Ecuador

(Información tomada de un reporte presentado por el Instituto Geográfico Militar, última actualización: abril de 2002).

Mareógrafo de referencia: La Libertad, no se tiene información sobre el período de observación tenido en cuenta para la definición del nivel medio del mar de referencia.

Redes de nivelación:

Primer Orden: 7 500 puntos, 11 200 km

Segundo Orden: 150 puntos, 200 km

No se tiene información sobre el estado de avance en la digitación de los desniveles observados.

Conexiones con redes de nivelación de países vecinos:

La red de nivelación de primer orden de Ecuador ha sido conectada mediante nivelación geométrica con la colombiana. No se tiene información sobre su disponibilidad en formato digital.

Red gravimétrica:

Sistema de referencia IGSN71.

No se dispone de información actualizada al respecto.

Marco de referencia vertical:

Estación	1	2	3	4	5	6	7	8	Coordenadas aprox.
BALT		X							00 27 S / 90 15 W
GALA	X								00 44 S / 90 18 W
LATA	X				X				00 48 S / 78 37 W
LIEBE		X	X		X				02 13 S / 80 54 W
RIOP		X						X	01 39 S / 78 39 W
TULC		X		X	X				00 48 N / 77 42 W
ZAMO	X			X	X				04 03 S / 78 55 W

Convención: (1) Estación SIRGAS95, (2) Estación SIRGAS2000, (3) Mareógrafo, (4) Estación de conexión internacional, (5) Estación nivelada, (6) Estación por nivelar, (7) Estación imposible de nivelar, (8) Estación GPS de funcionamiento continuo

Paraguay

(No se dispone de información).

Marco de referencia vertical:

Estación	1	2	3	4	5	6	7	8	Coordenadas aprox.
PA-1	X				?				25 16 S / 57 36 W

Convención: (1) Estación SIRGAS95, (2) Estación SIRGAS2000, (3) Mareógrafo, (4) Estación de conexión internacional, (5) Estación nivelada, (6) Estación por nivelar, (7) Estación imposible de nivelar, (8) Estación GPS de funcionamiento continuo

Perú

(Información tomada del reporte presentado por C. Sierra Farfán, última actualización: julio de 2005).

Mareógrafo de referencia: La Punta, no se tiene información sobre el período de observación tenido en cuenta para la definición del nivel medio del mar de referencia.

Redes de nivelación:

Primer Orden: 8 723 puntos, ? km

Segundo Orden: 2 168 puntos, ? km

No se tiene información sobre el estado de avance en la digitación de los desniveles existentes, ni de la nivelación de las estaciones SIRGAS2000.

Conexiones con redes de nivelación de países vecinos:

Se ha programado para el año 2005 la nivelación geométrica de puntos fronterizos con Ecuador y Bolivia.

Red gravimétrica:

No se dispone de información al respecto.

Marco de referencia vertical:

Estación	1	2	3	4	5	6	7	8	Coordenadas aprox.
AREQ	X				?			X	16 27 S / 71 29 W
ERP1		X			?				12 06 S / 77 01 W
IQUI	X				?				03 44 S / 73 14 W
LAPU		X	X		?				12 04 S / 77 10 W
LIMA	X				?				12 06 S / 77 01 W
MALD		X		X	?				12 35 S / 69 10 W
MATA		X	X		?				17 00 S / 72 06 W
PIUR	X				?				05 11 S / 80 37 W
PUCA		X		X	?				08 21 S / 74 34 W
TALA		X	X		?				04 34 S / 81 16 W

Convención: (1) Estación SIRGAS95, (2) Estación SIRGAS2000, (3) Mareógrafo, (4) Estación de conexión internacional, (5) Estación nivelada, (6) Estación por nivelar, (7) Estación imposible de nivelar, (8) Estación GPS de funcionamiento continuo

Uruguay

(Información tomada de reportes presentados por H. Rovera, F. Barbato, última actualización: octubre de 2005).

Mareógrafo de referencia: Montevideo, no se tiene información sobre el período de observación tenido en cuenta para la definición del nivel medio del mar de referencia.

Redes de nivelación:

Primer Orden: 1 347 puntos, 3 883 km

Segundo Orden: 835 puntos, 3 836 km

Tercer Orden: 1 462 puntos, 9 324 km

La totalidad de los desniveles correspondientes a la red de primer orden se encuentra en formato digital, un 80% de ellos dispone de coordenadas geográficas y se avanza en la determinación de las restantes. No se tiene información sobre su combinación con valores de gravedad.

Conexiones con redes de nivelación de países vecinos:

La red de nivelación de primer orden ha sido conectada mediante nivelación geométrica con la de Argentina a la altura de Fray Bentos-Paysandú y con la de Brasil en Rivera-Livramento. Se adelanta la digitación de los desniveles respectivos.

Red gravimétrica:

Sistema de referencia IAGBN.

Estaciones absolutas: 3

Existen 2 376 estaciones relativas de gravedad, cuyo ajuste se apoya en las absolutas.

Marco de referencia vertical:

Estación	1	2	3	4	5	6	7	8	Coordenadas aprox.
CPIE		X							2 27 S / 53 47 W
BELL		X			X				2 39 S / 56 16 W
GALP		X							0 54 S / 55 38 W
MONT	X		X		X				4 53 S / 56 15 W
PEST			X		X				4 57 S / 54 57 W
RINC		X			X				3 14 S / 58 17 W
SHEE		X	X						4 54 S / 56 15 W
VIGI	X				X				3 42 S / 53 34 W

Convención: (1) Estación SIRGAS95, (2) Estación SIRGAS2000, (3) Mareógrafo, (4) Estación de conexión internacional, (5) Estación nivelada, (6) Estación por nivelar, (7) Estación imposible de nivelar, (8) Estación GPS de funcionamiento continuo

Venezuela

Mareógrafo de referencia: La Guaira, no se tiene información sobre el período de observación tenido en cuenta para la definición del nivel medio del mar de referencia.

Redes de nivelación:

No se dispone de información detallada, se sabe que se adelanta la digitación de los desniveles correspondientes a las líneas de nivelación que conectan las estaciones SIRGAS2000.

Conexiones con redes de nivelación de países vecinos:

La red de nivelación de primer orden ha sido vinculada con la red colombiana (Maicao y Cúcuta-San Antonio) y la brasileña (Santa Helena). No se tiene información sobre su disponibilidad en formato digital.

Red gravimétrica:

Sistema de referencia IAGBN.

Estaciones absolutas: 6 establecidas en 1988.

Red de primer orden: RGNV conformada por 20 estaciones referidas a las absolutas.

No se dispone de información referente a redes gravimétricas de órdenes inferiores.

Marco de referencia vertical:

Estación	1	2	3	4	5	6	7	8	Coordenadas aprox.
AGUA	X				?				05 53 N / 67 27 W
AMUA		X	X		X				11 45 N / 70 11 W
CANO	X				?				08 34 N / 63 51 W
CARU		X	X		X				10 40 N / 63 14 W
ELEV		X			?				04 29 N / 61 08 W
GUA2		X	X		X				10 36 N / 66 56 W
JUNQ	X				?				10 27 N / 67 05 W
KAMA	X				?				05 23 N / 61 12 W
MARA	X				?				10 40 N / 71 37 W
SANA		X			?				07 50 N / 72 26 W
USB1		X			?				10 24 N / 66 52 W

Convención: (1) Estación SIRGAS95, (2) Estación SIRGAS2000, (3) Mareógrafo, (4) Estación de conexión internacional, (5) Estación nivelada, (6) Estación por nivelar, (7) Estación imposible de nivelar, (8) Estación GPS de funcionamiento continuo

Referencias

Andersen, O. B., A. L. Vest, P. Knudsen, (2004). *KMS04 mean sea surface model and inter-annual sea level variability*. Poster presented at EGU Gen. Ass. 2005, Vienna, Austria, 24-29, April.

AVISO (1996). *AVISO user handbook. Merged Topex/Poseidon products (GDR-Ms)*. CLS/ CNES, AVI-NT-02-101-CN. 3rd Ed., July.

Drewes, H. (1978). *Experiences with least squares collocation as applied to interpolation of geodetic and geophysical quantities*. XII Symposium on Mathematical Geophysics. Caracas.

Drewes, H., L. Sanchez, D. Blitzkow, S. de Freitas, (2002): *Scientific foundations of the SIRGAS vertical reference system*. In: Drewes et al. Eds. IAG Symposia 124: 297-301. Springer.

Förste, C., F. Flechtner, R. Schmidt, U. Meyer, R. Stubenvoll, F. Barthelmes, R. König, K.H. Neumayer, M. Rothacher, Ch. Reigber, R. Biancale, S. Bruinsma, J.-M. Lemoine, J.C. Raimondo, (2005) *A New High Resolution Global Gravity Field Model Derived From*

Combination of GRACE and CHAMP Mission and Altimetry/Gravimetry Surface Gravity Data. Poster presented at EGU General Assembly 2005, Vienna, Austria, 24-29, April.

Heiskanen W. And H. Moritz (1967). *Physical Geodesy*. W. H. Freeman and company. San Francisco.

Hernandez, F., Ph. Schaeffer (2001). *MSS CLS01* [http:// www.cls.fr/html/oceano/projects/mss/cls_01_en.html](http://www.cls.fr/html/oceano/projects/mss/cls_01_en.html)

Ihde, J., Sánchez, L. (2003). A unified global height reference system as basis for IGGOS. In: Proceedings of de Symposium „Global Geodetic Observing system“, Journal of Geodynamics. (In press).

Koblinsky et al. (1999). *NASA Ocean Altimeter Pathfinder Project, Report 1: Data processing handbook*, NASA/TM – 1998 -208605, April.

Lemoine, F., S. Kenyon, J. Factor, R. Trimmer, N. Pavlis, D. Chinn C. Cox, S. Kloslo, S. Luthcke, M. Torrence, Y. Wang, R. Williamson, E. Pavlis, R. Rapp, T. Olson. (1998). *The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96*, NASA, Goddard Space Flight Center, Greenbelt.

Luz, R. T., L. P. S. Fortes, M. Hoyer, H. Drewes, (2002): *The vertical reference frame for the Americas - the SIRGAS 2000 GPS campaign*. In: Drewes et al. Eds. IAG Symposia 124: 301-305, Springer.

Moritz, H. (1963). *Statistische Methoden in der gravimetrischen Geodäsie*. ZfV 88: 409-416.

Moritz, H. (1980). *Advanced Physical Geodesy*. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.

Rapp, R. (1989). *The treatment of permanent tidal effects in the analysis of the satellite altimeter data for sea surface topography*. Manuscripta Geodaetica, 14: 368–372.

Sánchez, L. (2004) *Determinación de alturas físicas en Colombia*. SIRGAS Workshop, Aguascalientes, México, diciembre 9 y 10. (Disponible en sanchez@dgfi.badw.de)

Sánchez, L. (2005) Definition and Realisation of the SIRGAS Vertical Reference System within a Globally Unified Height System. IAG Symposia, Dynamic Planet 2005, Cairns, Australia. August 22 – 26. (En prensa).

Tapley M. Kim, S. Poole, M. Cheng, D. Chambers, J. Ries, (2001). *The TEG-4 Gravity field model*. AGU Fall 2001. Abstract G51A-0236

Tapley J., Ries, S. Bettadpur, D. Chambers, M. Cheng, F. Condi, B. Gunter, Z. Kang, P. Nagel, R. Pastor, T. Pekker, S. Poole, F. Wang, . (2005). *GGM02: An improved Earth gravity field model from GRACE*. Journal of Geodesy, doi 10.1007/s00190-005-0480-z.

Torge, W. (2001): *Geodesy*. 3rd Edition: Berlin, New York, De Gruyter.

Zilkoski, D., J. Richards, G. Young (1992). Results of the general adjustment of the North American Vertical Datum of 1988 (NAVD88). Surveying and Land Information Systems. V. 52, No. 33: 133 - 149

Anexo A. Alturas físicas

En la nivelación geométrica el sistema de medición (instrumento y reglas graduadas o miras) se orienta verticalmente según la línea de la plomada del campo de gravedad terrestre; por tanto, el plano horizontal del instrumento de medición coincide con la línea tangente a la superficie equipotencial que pasa por el punto de observación. De acuerdo con esto, las diferencias de nivel dn medidas corresponden con la sección de la línea de la plomada (que coincide con el eje vertical de las miras) entre la superficie terrestre y la tangente a la equipotencial materializada por el instrumento. Ya que la separación entre dos superficies equipotenciales varía con la gravedad en proporción inversa, éstas no son paralelas y, en consecuencia, la determinación de alturas mediante la nivelación se ve altamente influenciada por el campo de gravedad terrestre. En la figura 1A puede observarse como la altura del punto B depende de la trayectoria de nivelación, si dicha trayectoria coincide con la *sección II* (H_B^{II}) se obtiene una altura mayor, que la que se tendría si se sigue la *sección I* (H_B^I). De hecho, las diferencias de nivel dn medidas en un circuito cerrado contienen, además de los errores aleatorios de observación, el llamado *error de cierre teórico* $\varepsilon = \oint dn$ (e.g. Torge 2001), el cual impide que las alturas niveladas sean utilizadas directamente y obliga su corrección por el efecto de la gravedad o su transformación en diferencias de potencial.

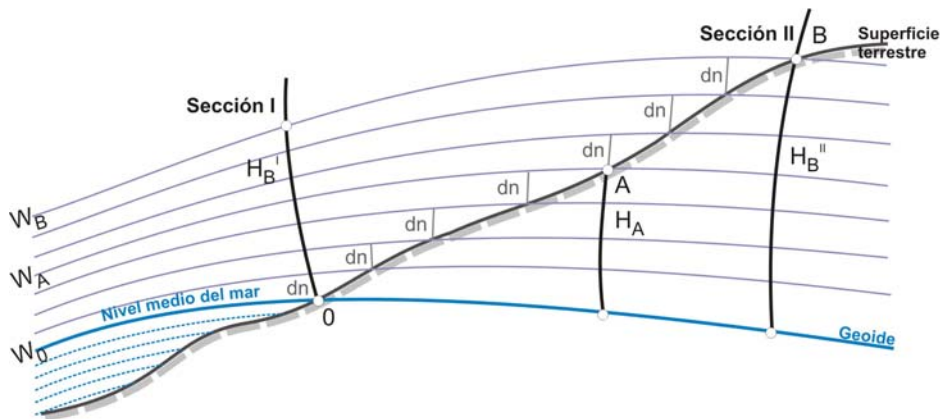


Figura 1A. Nivelación geométrica.

La diferencia de nivel dn medida entre dos puntos (A , B) ubicados sobre la superficie terrestre y sobre equipotenciales diferentes (W_A , W_B) (figura 1A) puede representarse a través de:

$$dn_{BA} = (H_B - H_A) = \frac{W_A - W_B}{\hat{g}} \quad [1A]$$

siendo \hat{g} el valor medio de la gravedad a lo largo de la línea de nivelación entre las equipotenciales W_A y W_B . Si el punto inicial de la medición O está sobre el geode (W_0), la diferencia de potencial se conoce como *número o cota geopotencial* y se define mediante:

$$C_B = W_0 - W_B = \int_0^B g \delta n \cong \sum_0^B g \, dn \quad [2A]$$

donde g se asume como el promedio del valor de gravedad medido sobre dos puntos nivelados consecutivamente. La determinación de C_B es unívoca, pues éste no depende de la trayectoria de nivelación y en un circuito cerrado satisface la condición $\oint dW = 0$ (e.g. Torge 2001). La unidad de medida de los números geopotenciales es el *kiloGal por metro* [kGal m], que equivale a [10 m² s⁻²]. La altura de B se obtiene, entonces, a partir de:

$$H_B = \frac{W_0 - W_B}{\hat{g}} = \frac{C_B}{\hat{g}} \quad [3A]$$

\hat{g} es el valor medio de la gravedad entre la superficie de referencia (W_0) y el punto nivelado (W_B). Como la diferencia ($W_0 - W_B$) es constante, la altura de B depende del valor de \hat{g} utilizado; así, en función de su estimación, se habla de diferentes tipos de alturas, a saber: dinámicas, ortométricas y normales. La tabla 1A presenta esquemáticamente las principales características de los diferentes sistemas de alturas.

La superficie de referencia de las alturas ortométricas es el geode. La superficie de referencia para las alturas normales se denomina cuasigeoide, el cual es muy cercano al geode pero no corresponde con una superficie equipotencial del campo terrestre de gravedad. En las áreas marinas, el geode y el cuasigeoide son iguales, en los continentes pueden alcanzar diferencias superiores a un metro.

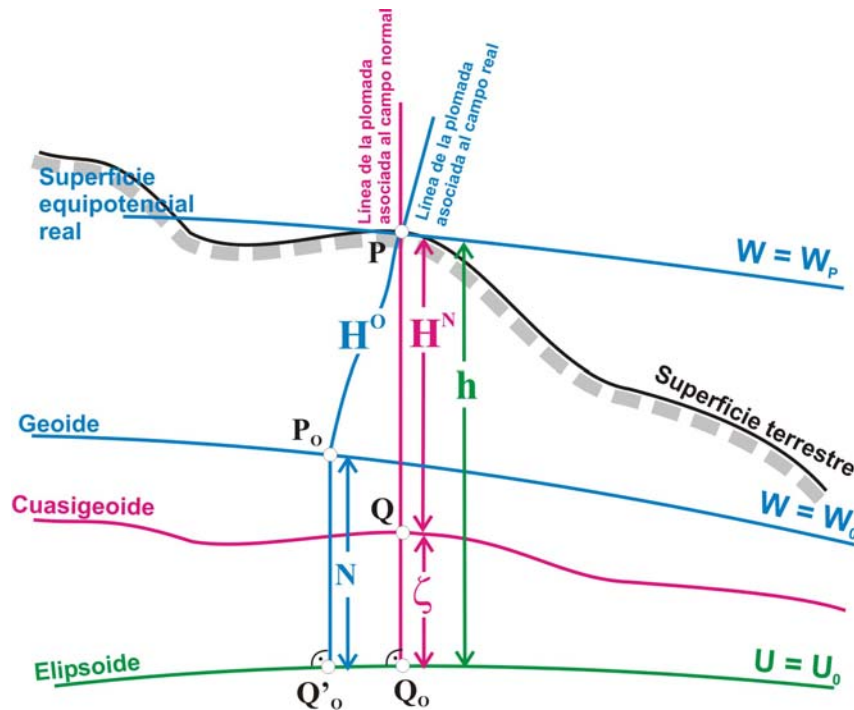


Figura 2A. Tipos de alturas y sus superficies de referencia.

La figura 2A muestra las relaciones entre los diferentes tipos de alturas: el segmento $P-P_0$ es la altura ortométrica (derivada de la nivelación corregida por los efectos de la gravedad y el valor medio de la gravedad real), el segmento $P-Q$ es la altura normal (derivada de la nivelación corregida por los efectos de la gravedad y del valor medio de la gravedad teórica); ya que en la determinación de estas cantidades se requiere la consideración del campo de gravedad (ver tabla 1A), éstas se denominan *alturas físicas*. Los segmentos P_0-Q_0 y $Q-Q_0$ corresponden a la ondulación geoidal (geoide) y la altura anómala (cuasigeoide), derivadas también del análisis del campo de gravedad terrestre. Un nuevo elemento en el conjunto de alturas es el segmento $P-Q_0$: la altura elipsoidal, ésta corresponde a la distancia vertical entre el punto de observación y un elipsoide de referencia, es proporcionada por los levantamientos GNSS y es independiente del campo de gravedad terrestre, de allí, es una *altura geométrica*. De acuerdo con esto, puede decirse que:

$$H^O = h - N ; H^N = h - \zeta \quad [4A]$$

La principal aplicación de la ecuación [4A] es la combinación de alturas físicas derivadas de levantamientos GNSS y modelos (cuasi)geoidales, con aquellas obtenidas de la nivelación y las correcciones gravimétricas correspondientes.

Tabla 1A. Características principales de los diferentes tipos de alturas físicas

	Alturas dinámicas	Alturas ortométricas	Alturas normales
Definición de \hat{g}	<ul style="list-style-type: none"> γ_o^k: Valor de la gravedad normal sobre el elipsoide para una latitud φ específica (Normalmente: $\varphi = 45^\circ$) 	<ul style="list-style-type: none"> g_m: Valor promedio de la gravedad real medida a lo largo de la línea de la plomada entre el geoido y el punto de observación. 	<ul style="list-style-type: none"> γ_m: Valor medio de la gravedad normal a lo largo de la línea de la plomada teórica (normal al elipsoide) entre el cuasigeoido y la superficie terrestre
Descripción	<ul style="list-style-type: none"> Números geopotenciales escalados $H^{DYN} = \frac{C}{\gamma_o^e}$	<ul style="list-style-type: none"> Distancia, sobre la línea de la plomada real, entre el geoido y el punto de observación (figura 2A) $H^O = \frac{C}{g_m} \quad ; \quad g_m = \frac{1}{H^O} \int_0^{H^O} g dH^O$	<ul style="list-style-type: none"> Distancia, sobre la línea de la plomada teórica, entre el cuasigeoido y el punto de observación (figura 3A) $H^N = \frac{C}{\gamma_m} \quad ; \quad \gamma_m = \frac{1}{H^N} \int_0^{H^N} \gamma dH^N$
Corrección	<ul style="list-style-type: none"> Magnitudes hasta de 20 m $\Delta H_{AB}^{DYN} = \Delta n_{AB} + k_{AB}^{DYN}$ $k_{AB}^{DYN} = \int_A^B \frac{g - \gamma_o^{45}}{\gamma_o^{45}} \delta n = \sum_A^B \frac{g - \gamma_o^{45}}{\gamma_o^{45}} dn$	<ul style="list-style-type: none"> Magnitudes en el orden de [mm] a [dm] $\Delta H_{AB}^O = \Delta n_{AB} + k_{AB}^O$ $k_{AB}^O = \int_A^B \frac{g - \gamma_o^{45}}{\gamma_o^{45}} \delta n + \frac{g_m^A - \gamma_o^{45}}{\gamma_o^{45}} H_A^O - \frac{g_m^B - \gamma_o^{45}}{\gamma_o^{45}} H_B^O$	<ul style="list-style-type: none"> Magnitudes en el orden de [mm] a [dm] $\Delta H_{AB}^N = \Delta n_{AB} + k_{AB}^N$ $k_{AB}^N = \int_A^B \frac{g - \gamma_o^{45}}{\gamma_o^{45}} \delta n + \frac{\gamma_m^A - \gamma_o^{45}}{\gamma_o^{45}} H_A^N - \frac{\gamma_m^B - \gamma_o^{45}}{\gamma_o^{45}} H_B^N$
Particularidades	<ul style="list-style-type: none"> No tienen significado geométrico Puntos sobre la misma superficie equipotencial tienen el mismo valor de altura dinámica No se requiere de la formulación de hipótesis para su determinación 	<ul style="list-style-type: none"> Su superficie de referencia es el geoido $H^O = h - N$ h: altura elipsoidal, N: ondulación geoidal Puntos sobre la misma superficie equipotencial difieren en la misma proporción en que varían los valores de g_m Se requiere de la formulación de hipótesis sobre la densidad las masas terrestres internas y sobre el gradiente vertical de gravedad ($\partial g / \partial H$) g_m puede determinarse sólo de manera aproximada 	<ul style="list-style-type: none"> Su superficie de referencia es el cuasigeoido $H^N = h - \zeta$ h: altura elipsoidal, ζ: altura anómala Puntos sobre la misma superficie equipotencial y a la misma latitud (paralelo), tienen alturas normales idénticas, de lo contrario, éstas varían según el cambio de γ_m con respecto a la latitud No se requiere de la formulación de hipótesis para su determinación γ_m puede determinarse con exactitud

Anexo B. Algunas formulaciones para el cálculo de alturas ortométricas y normales

B.1 Alturas ortométricas

a. Helmert

Hipótesis La gravedad varía linealmente con la altura; es decir, la densidad de las masas internas es constante y el gradiente vertical de la gravedad real es igual al de la teórica. El efecto de la topografía se evalúa mediante una placa de Bouguer, cuyo espesor equivale a la altura del punto H_p de observación y es condensada en una capa infinitamente delgada sobre el geode. g_m equivale al promedio de la gravedad medida en la superficie terrestre g_p y la correspondiente sobre el geode g_0 ; en la práctica dicho promedio es igual a la gravedad en la altura media del punto $g_{H/2}$.

Ecuaciones g_0 se obtiene mediante la reducción de Poincaré y Prey (Heiskanen and Moritz 1967):

$$g_m = g_{H/2} = \frac{1}{2}(g_p + g_0)$$

$$g_m = g_p + (3,086 - 0,83818 \rho_p) 10^{-6} \frac{H_p^0}{2} \quad [1B]$$

Unidades $g_p, g_m, g_{H/2}, g_0 \rightarrow [m \text{ s}^{-2}]$; $\rho_p \rightarrow [10^{-3} \text{ kg m}^{-3}]$; $H^0 \rightarrow [m]$

b. Niethammer

Hipótesis Niethammer mejora la aproximación de Helmert, en el sentido que, incluye en las reducciones el efecto de los excesos o déficits de masa no considerados en la placa de Bouguer; sin embargo, las hipótesis sobre la densidad y el gradiente vertical se mantienen (Niethammer 1932). Una variación de esta propuesta son las *alturas modificadas de Niethammer*, las cuales también incorporan el efecto de las masas isostáticas (Krakiwsky and Mueller 1965).

Ecuaciones La gravedad g_Q en cualquier punto Q de la línea de la plomada, tiene dos componentes: g^Q , la cual representa la influencia conjunta de la Tierra y de la placa de Bouguer, y δg que contiene el efecto gravitacional de los excesos y déficits de masa omitidos en la placa mencionada. La gravedad del punto ubicado sobre la superficie terrestre también sigue este principio.

$$g_m^Q = G_m - \delta g_m = G_{H/2} - \delta g_m$$

$$g_m = (G_p + \delta g_p) + (3,086 - 0,83818 \rho_p) 10^{-6} \frac{H_p^0}{2} - \delta g_m \quad [2B]$$

Los valores $\delta g_p, \delta g_m$ se tabulan, en función de la altura del punto y la topografía circundante, para sectores concéntricos al punto de cálculo hasta una distancia de 42 km y divididos en ángulos de $\alpha = 45^\circ$. El efecto total es la suma de los valores individuales. (Niethammer 1932; Ledersteger 1958).

Unidades $g_p, g_m, \delta g_p, \delta g_m \rightarrow [m\ s^{-2}] ; \rho_p \rightarrow [10^{-3}\ kg\ m^{-3}] ; H^O \rightarrow [m]$

c. Mader

Hipótesis La gravedad varía linealmente con la altura. El valor medio g_m se calcula según Helmert [ecuación 1B], pero la gravedad sobre el geode g_0 considera la influencia de la topografía y se determina similarmente al valor g_p de Niethammer (Leismann et al. 1992).

Ecuaciones

$$\delta g = \frac{1}{2}(\delta g_p + \delta g_0)$$

$$g_m = g_p + (3,086 - 0,83818 \rho_p) 10^{-6} \frac{H_p^O}{2} + \delta g \quad [3B]$$

Los valores de δg_p y δg_0 se tabulan para compartimentos concéntricos al punto de cálculo hasta una distancia de 30 km y divididos en ángulos de $\alpha = 22,5^\circ$. La suma de los aportes individuales proporciona la reducción total para obtener g_m .

Unidades $g_p, g_m, \delta g_p, \delta g_0, \delta g \rightarrow [m\ s^{-2}] ; \rho_p \rightarrow [10^{-3}\ kg\ m^{-3}] ; H^O \rightarrow [m]$

d. Mueller

Hipótesis La gravedad varía linealmente con la altura. El valor medio de gravedad g_m se calcula según Helmert [ecuación 1B], pero la gravedad g_0 sobre el geode se estima con apoyo en las anomalías de Bouguer Δg_B (Krakiwsky and Mueller 1965).

Ecuaciones g_0 se deriva a partir de la reducción del valor de gravedad g_e sobre el elipsoide hasta el geode. En este caso, se aplica el gradiente vertical con signo negativo para una distancia equivalente a la ondulación geoidal N y se calcula el efecto de la placa de Bouguer, también con un espesor equivalente a N . g_e se divide en dos partes: g_{e1} que representa la gravedad generada por las masas internas del elipsoide y g_{e2} que incluye el efecto de las masas externas. g_{e1} se estima mediante $(\gamma_o^o + \Delta g_B)$, donde γ_o^o es la gravedad normal del punto de observación y Δg_B su anomalía simple de Bouguer. g_{e2} equivale a la reducción de Bouguer para una placa de espesor $(H_p^O + N)$. De esta forma, g_m corresponde con:

$$g_m = g_p + \frac{1}{2} \delta g_p + (3,086 - 0,83818 \rho_p) 10^{-6} \frac{H_p^O}{2} \quad [4B]$$

Unidades $g_p, g_m, \delta g_p \rightarrow [m\ s^{-2}] ; \rho_p \rightarrow [10^{-3}\ kg\ m^{-3}] ; H^O \rightarrow [m]$

e. Ramsayer

Comentario Los métodos propuestos por Ramsayer, Ledersteger y Baranov se basan en la minimización de la corrección métrica (tabla 1A), de modo que las desviaciones de las alturas ortométricas con respecto a las niveladas sean tan pequeñas, que en aplicaciones de baja precisión, dichas correcciones puedan ser omitidas. Ramsayer (1953,

1954) presenta tres alternativas para la estimación de g_m .

Primer método de Ramsayer

Hipótesis El error de cierre teórico es dividido en una componente constante, que contiene el promedio aritmético de las alturas ortométricas \hat{H}^O del circuito de nivelación y una componente complementaria, que representa las desviaciones de cada punto con respecto a \hat{H}^O . El error de cierre teórico se resuelve según Helmert con una buena aproximación de g_m [ecuación 1B].

Ecuaciones

$$g_m = \frac{1}{2}(g_p + g_0) - (g_0 - g_0^{AP}) \frac{\hat{H}^O}{H_p^O}$$

$$g_m = g_p + (3,086 - 0,41909 \rho_p) 10^{-6} \frac{H_p^O}{2} -$$

$$\frac{\hat{H}^O}{H_p^O} [(g_p - g_{AP}) + 3,086 \times 10^{-6} (H_p^O - H_{AP}^O)] -$$

$$\frac{\hat{H}^O}{H_p^O} [0,41909 \times 10^{-6} (\rho_p H_p - \rho_{AP} H_{AP})]$$

[5B]

El índice AP identifica el punto de inicio del circuito de nivelación. \hat{H}^O corresponde con:

$$\hat{H}^O = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n H_i^O$$

Unidades $g_p, g_m, g_{AP} \rightarrow [ms^{-2}]$; $\rho_p, \rho_{AP} \rightarrow [10^{-3} kgm^{-3}]$;
 $H_p^O, H_{AP}^O, \hat{H}^O, H_p, H_{AP} \rightarrow [m]$

Segundo método de Ramsayer

Hipótesis En este caso se asume $\hat{H}^O = 0$; así, las variaciones de la gravedad en el circuito de nivelación son tan pequeñas que pueden ser omitidas. Dado que, para el efecto se asume una densidad constante y una topografía plana, esta hipótesis es idéntica a la de Helmert, sólo que la determinación de la gravedad g_0 sobre el geoide es diferente.

Ecuaciones

$$g_m = g_p + (3,086 - 0,41909 \rho_p) 10^{-6} \frac{H_p^O}{2}$$

[6B]

Unidades $g_p, g_m \rightarrow [m s^{-2}]$; $\rho_p \rightarrow [10^{-3} kg m^{-3}]$; $H_p^O \rightarrow [m]$

Tercer método de Ramsayer

Hipótesis El gradiente vertical normal es constante y los campos de gravedad real y teórico son idénticos, lo que equivale a decir que, el valor promedio de gravedad g_m es igual a la gravedad teórica del punto en su altura media $\gamma_{H/2}^p$.

$$\text{Ecuaciones} \quad g_m = \gamma_o^p - \frac{1}{2}(3,086 - 0,41909 \rho_p) 10^{-6} H_p^O \quad [7B]$$

$$\text{Unidades} \quad \gamma_{\mu}, \gamma_o^p \rightarrow [m \text{ s}^{-2}] ; \rho_p \rightarrow [10^{-3} \text{ kg m}^{-3}] ; H_p^O \rightarrow [m]$$

f. Ledersteger

Hipótesis La Tierra se asume como una esfera con distribución homogénea de masas; de esta forma, la gravedad es independiente de la latitud y sólo está en función de la altura (Ledersteger 1956).

Ecuaciones Los valores de gravedad g_i observados sobre la superficie terrestre son reducidos al geode utilizando el gradiente vertical normal y posteriormente, son promediados. La substracción de este valor medio a cada gravedad observada g_i proporciona la cantidad g_m correspondiente.

$$g_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (g_i + 3,086 \times 10^{-6} H_i^O) - \frac{1}{2} 3,086 \times 10^{-6} \frac{H_p^O}{2} \quad [8B]$$

$$\text{Unidades} \quad g_m, g_i \rightarrow [m \text{ s}^{-2}] ; H_i^O, H_p^O \rightarrow [m]$$

g. Baranov

Hipótesis Los campos de gravedad real y teórico son idénticos y tienen el mismo gradiente vertical. Así, la gravedad g_0 sobre el geode puede reemplazarse con la normal γ_o^p . g_m depende sólo de la altura (Leismann et al. 1992).

$$\text{Ecuaciones} \quad g_m = \frac{1}{2} (g_p + \gamma_o^p) \quad [9B]$$

$$\text{Unidades} \quad g_m, \gamma_o^p \rightarrow [m \text{ s}^{-2}]$$

B.2 Alturas normales

Las alturas normales, al contrario de las ortométricas, pueden ser determinadas unívocamente, ya que no requieren de la formulación de hipótesis en la estimación del valor medio de gravedad \hat{g} . Su precisión depende de las diferencias de nivel medidas, de los valores de gravedad observada o interpolada, de la latitud del punto de medición y de la precisión de la fórmula de gravedad teórica; por tanto, su evaluación numérica se centra en la mejor aproximación discreta de la integral contenida en la ecuación [2A]. Las formulaciones más conocidas de dicha aproximación son (Magnizki et al. 1964):

a. Molodenski

$$\text{Ecuaciones} \quad \gamma_m = \gamma_o + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial H} \right)_o H^N + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial H^2} \right)_o (H^N)^2 + \dots$$

la cual, en función de los parámetros del elipsoide, puede escribirse

como:

$$\gamma_m = \gamma_o^\varphi \left[1 - (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) \frac{H^N}{a} + \frac{(H^N)^2}{a^2} \right] \text{ [ms}^{-2}\text{]} \quad [10B]$$

siendo:

γ_o^φ gravedad normal sobre el elipsoide del punto de observación
 $\partial g / \partial H$ gradiente de la gravedad normal
 a semieje mayor del elipsoide
 f achatamiento geométrico del elipsoide
 m relación entre la fuerza de atracción gravitacional y la centrífuga en el ecuador

Comentario La ecuación [10B] debe evaluarse iterativamente, dada la dependencia de la gravedad normal media γ_m en función de la altura normal H^N .

b. Vignal

Ecuaciones

$$\gamma_m \approx \gamma_o^\varphi - 3,086 \times 10^{-6} \frac{H^N}{2} \text{ [ms}^{-2}\text{]} \quad [11B]$$

Comentario Se omiten los términos no lineales de la ecuación [10B] y se utiliza el promedio global del gradiente normal de gravedad.

c. Hirvonen

Ecuaciones De acuerdo con la ecuación [2A] y los parámetros del elipsoide GRS80 (Moritz 1980), se tiene:

$$H^N = \frac{C}{\gamma_o} + \left[\frac{C}{\gamma_o} \right]^2 (1,578576 \cdot 10^{-7} - 1,029316 \cdot 10^{-9} \sin^2 \varphi^N + 1,66432 \cdot 10^{-11} \sin^4 \varphi^N) + \left[\frac{C}{\gamma_o} \right]^3 (2,4761 \cdot 10^{-14} - 2,01 \cdot 10^{-16} \sin^2 \varphi^N) \text{ [ms}^{-2}\text{]} \quad [12B]$$

siendo φ^N la latitud normal (figura 1B), la cual se obtiene mediante:

$$\varphi - \varphi^N \approx -0,00017'' \sin(2\varphi) H^N \quad [13B]$$

Comentario Introducción de la latitud geográfica normal φ^N , con el propósito de mejorar la precisión de H^N .

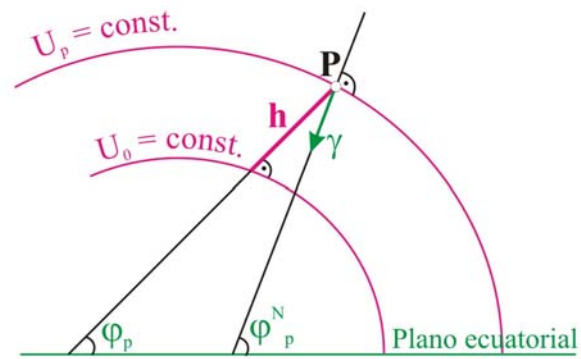


Figura 1B. Latitud geográfica normal φ^N

Referencias Anexo B

Heiskanen, W and Moritz, H. (1967). *Physical Geodesy*. W. H. Freeman, San Francisco

Krakiwsky, E. J. and Mueller, I. (1965). *Systems of Heights*. Reports of the Department of Geodetic Science, Report No. 60, The Ohio State University, Research Foundation, Columbus, Ohio.

Ledersteger, K. (1956). *Die Minimalssysteme der metrischen Reduktion*. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie 44, S. 43-50.

Ledersteger, K. (1958). *Die Berechnung der vertikalen dynamischen Korrekturen*. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie 46, S. 129-136.

Leismann, M., Klees, R., Beckers, H. (1992). *Untersuchungen verschiedener Höhensysteme, dargestellt an einer Testschleife in Rheinland-Pfalz*. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Heft 296, München.

Magnizki, W. A., Browar, W. W., Schimbirew, B. P. (1964). *Theorie der Figur der Erde*. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, New York.

Moritz, H. (1980). *Geodetic Reference System 1980*. Bull. Géod. 54. S. 395-405.

Niethammer, Th. (1932). *Nivellement uns Schwere als Mittel zur Berechnung wahrer Meereshöhen*. Veröffentlichung der Schweizerischen Geodätischen Kommission, Birkhäuser & Cia., Basel.

Ramsayer, K. (1953). *Die Schwerereduktion von Nivellements*. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe A, Heft 6, München.

Ramsayer, K. (1954). *Vergleich verschiedener Schwerereduktionen von Nivellements*. Zeitschrift für Vermessungswesen 79, S. 140-150.